



Matematik Tambahan

Modul berfokus

Pembezaan

The price of anything is the amount of

Life

you exchange for it

KERTAS 1

1. Cari had $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2}$.

Find $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x + 2}$.

[2 m / Aras R]

2. Diberi $f(x) = x(5 - 3x)^2$, cari $f'(2)$.
Given that $f(x) = x(5 - 3x)^2$, find $f'(2)$.

[3 m / Aras R]

3. Diberi $f(x) = ax^2 + bx$, $f(2) = -2$ dan $f'(2) = 3$, cari nilai bagi a dan b .
Given that $f(x) = ax^2 + bx$, $f(2) = -2$ and $f'(2) = 3$, calculate the values of a and b .
[4 m / Aras T]

4. Jika $y = 3x^3 - 4x$, cari $\frac{dy}{dx}$ dan tafsirkan maknanya.
If $y = 3x^3 - 4x$, find $\frac{dy}{dx}$ and interpret its meaning.

[2 m/Aras R]

5. Cari kecerunan lengkung pada titik persilangan lengkung $y = x(x^2 - 3) + 5$ dengan paksi y.
Find the gradient of the curve $y = x(x^2 - 3) + 5$ at the point where it crosses the y-axis.
[3 m / Aras S]

6. Jika $y = \frac{2x+1}{x^2+1}$, cari nilai $\frac{dy}{dx}$ pada titik $x = 1$.
If $y = \frac{2x+1}{x^2+1}$, find $\frac{dy}{dx}$ at the point where $x = 1$.

[3 m / Aras S]

7. Diberi $y = \frac{2}{3}u^6$ dengan keadaan $u = 3x - 5$, cari $\frac{dy}{dx}$ dalam sebutan x .
Given that $y = \frac{2}{3}u^6$ such that $u = 3x - 5$, find $\frac{dy}{dx}$ in terms of x .

[4m / Aras R]

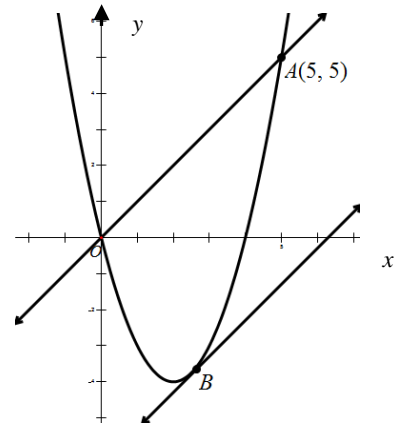
8. Diberi $g(x) = \frac{2}{(2x-1)^3}$, cari nilai $g''(1)$.

Given that $g(x) = \frac{2}{(2x-1)^3}$, evaluate $g''(1)$.

[4 m/Aras S]

9. Rajah menunjukkan lengkung bagi fungsi $y = x^2 - 4x$. Diberi tangen kepada lengkung pada titik B adalah selari dengan garis lurus OA, cari koordinat bagi titik B

Diagram shows the curve $y = x^2 - 4x$. Given that the tangent to the curve at point B is parallel to OA, find the coordinates of point B.



[4 m / Aras S]

10. Kecerunan tangen kepada lengkung $y = x^2(px - 4)$ di $x = -1$ ialah 14. Cari nilai p .
The gradient of the tangent to the curve $y = x^2(px - 4)$ at $x = -1$ is 14. Find the value of p .

[3 m / Aras S]

11. Titik P terletak pada lengkung $y = (x - 5)^2$. Diberi bahawa persamaan normal kepada lengkung pada P ialah $y = -\frac{1}{4}x + \frac{23}{4}$. Cari koordinat P .

The point P lies on the curve $y = (x - 5)^2$. It is given that the equation of the normal to the curve at P is $y = -\frac{1}{4}x + \frac{23}{4}$. Find the coordinates of P .

[4 m / Aras T]

12. Garis normal kepada lengkung $y = x^2 + 1$ pada titik P adalah selari dengan garis lurus $2y + x = 8$. Cari persamaan garis normal kepada lengkung itu pada titik P .

The normal to the curve $y = x^2 + 1$ at point P is parallel to the straight line $2y + x = 8$. Find the equation of the normal to the curve at point P .

[4 m / Aras T]

13. Dua pembolehubah y dan x dihubungkan dengan persamaan $y = 3x + \frac{2}{x}$. Diberi x bertambah dengan kadar malar 4 unit sesaat apabila $x = 2$, cari kadar perubahan yang sepadan bagi y .
Two variables y and x are related by the equation $y = 3x + \frac{2}{x}$. Given that x increases at a constant rate of 4 units per second when $x = 2$, find the corresponding rate of change of y .
- [3 m / Aras R]
14. Sebuah kubus mengembang dengan keadaan sisinya berubah pada kadar 2cm/s. Cari kadar perubahan jumlah luas permukaan apabila isi padunya adalah 125 cm^3 .
A cube expands in such a way that its sides change at a rate of 2cm/s. Find the rate of change of the total surface area when its volume is 125 cm^3 .
- [4 m / Aras T]
15. Diberi $y = px^3 - 4x^2 + 5x$, di mana p adalah pemalar, cari
Given $y = px^3 - 4x^2 + 5x$, where p is a constant, find
- (a) $\frac{dy}{dx}$
- (b) nilai p jika $\frac{d^2y}{dx^2} = 4$ apabila $x=1$
value of p if $\frac{d^2y}{dx^2} = 4$ when $x=1$
- [4 m / Aras R]
16. Lengkung $y = -3x^2 - 12x + 7$ mempunyai titik maksimum pada titik $x = k$, dengan keadaan k adalah pemalar. Cari nilai k .
The curve $y = -3x^2 - 12x + 7$ has a maximum point at $x = k$, such that k is a constant. Find the value of k .
- [3 m / Aras R]
17. Diberi bahawa $y = 2x^3 - 4x^2$.
It is given that $y = 2x^3 - 4x^2$.
- (a) Cari nilai $\frac{dy}{dx}$ apabila $x = 1$,
Find the value of $\frac{dy}{dx}$ when $x = 1$,
- (b) Ungkapkan dalam sebutan k perubahan kecil bagi y apabila x berubah daripada 1 kepada $1 + k$, dengan keadaan k adalah nilai positif yang kecil. Nyatakan sama ada perubahan ini adalah penambahan atau penyusutan.
Express in term of k , the approximate change in y , when x changes from 1 to $1 + k$, where k is a small positive value. State whether this change is an increase or decrease.
- [4 m / Aras S]

18. Isi padu air, $V \text{ cm}^3$ bagi sebuah bekas diberi oleh $V = \frac{1}{3}h^3 + 7h$ dengan keadaan $h \text{ cm}$ adalah tinggi aras air dalam bekas. Air dituang ke dalam bekas pada kadar $8 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$. Cari kadar perubahan tinggi aras air dalam bekas, dalam cm s^{-1} , pada ketika tingginya adalah 3 cm .

The volume of water, $V \text{ cm}^3$, in a container is given by $V = \frac{1}{3}h^3 + 7h$ where $h \text{ cm}$ is the height of the water in the container. Water is poured into the container at a rate of $8 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$. Find the rate of change of the height of water, in cm s^{-1} , at the instant when its height is 3 cm .

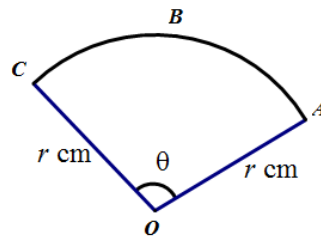
[3 m /Aras S]

KERTAS 2

1. Lengkung $y = 2x^2 - kx + 1$, dengan keadaan k adalah pemalar mempunyai titik pusingan pada $(1, m)$.
A curve $y = 2x^2 - kx + 1$ where k is a constant has a turning point at $(1, m)$.
- (a) Cari nilai k dan nilai m .
Find the value of k and m .
- [3 m / Aras S]
- (b) Cari persamaan normal kepada lengkung $y = 2x^2 - kx + 1$ pada $x = \frac{3}{2}$.
Find the equation of normal to the curve $y = 2x^2 - kx + 1$ at $x = \frac{3}{2}$.
- [4 m / Aras T]
2. Tangen kepada lengkung $y = x^3 + ax^2 - 4x + 3$ pada $x = 1$ adalah selari dengan garis $y = 3x$.
The tangent to the curve $y = x^3 + ax^2 - 4x + 3$ at $x = 1$ is parallel to the line $y = 3x$.
 Cari
Find
- (a) nilai a .
the value of a ,
- [2 m / Aras R]
- (b) persamaan tangen kepada lengkung pada $x = 1$.
the equation of tangent to the curve at $x = 1$.
- [3 m / Aras S]
- (c) koordinat- x bagi titik-titik pusingan.
the x -coordinate at the turning points.
- [3 m / Aras S]
3. Lengkung $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 1$ melalui titik $A(2, -1)$ dan mempunyai dua titik pusingan, $P(3, 1)$ dan Q .
The curve $y = -x^3 + 6x^2 - 9x + 1$ passes through the point $A(2, -1)$ and has two turning points, $P(3, 1)$ and Q .
 Cari/Find
- (a) kecerunan lengkung pada titik A
the gradient of the curve at A
- [3m / Aras R]
- (b) persamaan normal kepada lengkung itu pada titik A
he equation of normal to the curve at A
- [3m / Aras S]
- (c) koordinat Q dan tentukan sama ada Q adalah titik maksimum atau titik minimum.
the coordinates of Q and determine whether Q is a maximum or minimum point.
- [4m / Aras T]

4. Diberi lengkung $y = ax^3 + bx^2$ dengan keadaan a dan b adalah pemalar.
Given the curve $y = ax^3 + bx^2$, where a and b are constant.
- (a) Tentukan sama ada titik $(0,0)$ pada lengkung adalah titik maksimum atau titik minimum jika $b > 0$.
Determine whether point $(0, 0)$ on the curve is maximum or minimum point if $b > 0$. [3 m / Aras S]
- (b) Apakah nilai a dan b jika titik $(1, 2)$ adalah titik pusingan lengkung itu?
What is the value of a and b if point $(1, 2)$ is the turning point of the curve? [4 m / Aras T]

5.



Rajah menunjukkan seutas dawai yang dibengkokkan menjadi perimeter sebuah sektor bulatan $OABC$ berpusat O dan berjajari r cm dengan keadaan sudut AOC adalah θ radian. Panjang dawai adalah 100 cm manakala r and θ akan berubah.

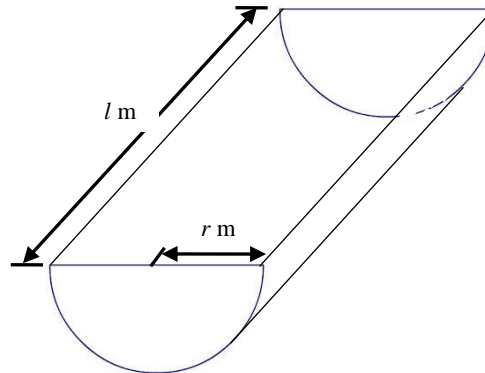
Diagram shows a piece of wire bent to form the perimeter $OABC$ of a sector of a circle, centre O , radius r cm, where angle AOC is θ radian. The wire is of length 100 cm and r and θ may vary.

- (a) Tunjukkan bahawa luas sector, $A \text{ cm}^2$ boleh diungkapkan sebagai $50r - r^2$.
Show that the area of the sector, $A \text{ cm}^2$ can be expressed as $50r - r^2$. [3 m / Aras S]
- (b) Cari
Find
- (i) nilai r supaya luas yang dilingkungi oleh dawai adalah maksimum.
the value of r for which the area enclosed by the wire is a maximum.
- (ii) nilai sepadan bagi θ dalam radian.
the corresponding value of θ in radian. [4 m / Aras S]

6. Rajah menunjukkan satu bekas air dengan keratan rentas berbentuk semi bulatan, berjari r m. Panjang bekas air adalah l m. Jumlah bahan yang digunakan untuk membuat bekas air adalah 20 m^2 .

The diagram shows a water trough of semicircular cross-section, radius r m. Its length is l m. The total amount of material used to make the trough is 20 m^2 .

[Isipadu silinder/volume of cylinder = $\pi r^2 h$]



- (a) Tunjukkan bahawa isipadu bekas air itu, $V \text{ m}^3$, diberi oleh $V = 10r - \frac{1}{2}\pi r^3$.

Show that the volume, $V \text{ m}^3$, of the trough is given by $V = 10r - \frac{1}{2}\pi r^3$.

[3 m/Aras T]

- (b) Cari isi padu maksimum bekas itu. Berikan jawapan anda tepat kepada dua tempat perpuluhan dalam m^3 . Tunjukkan isipadu ini sebenarnya adalah maksimum.

Find the maximum volume of the trough. Give your answer correct to 2 decimal places in m^3 . Show that this volume is indeed the maximum.

[5 m / Aras T]

7. (a) Pebolehubah x dan y dihubungkan oleh persamaan $y = \frac{3x+8}{2x}$.

Variable x dan y are related by equation $y = \frac{3x+8}{2x}$.

- (i) Cari ungkapan bagi $\frac{dy}{dx}$.

Find the expression for $\frac{dy}{dx}$.

- (ii) Seterusnya, cari susutan hampir dalam y apabila x bertambah dari 2 kepada $2+k$ dengan keadaan k adalah nilai yang kecil.

Hence, find the approximate decrease in y as x increases from 2 to $2+k$, where k is small.

[5 m / Aras S]

- (b) Cecair dituang ke dalam bekas pada kadar $12 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$. Isi padu cecair dalam bekas ialah $V \text{ cm}^3$ dengan keadaan $V = \frac{1}{2}(h^2 + 4h)$ dan h cm ialah tinggi aras cecair dalam bekas, Apabila $V = 16$, cari

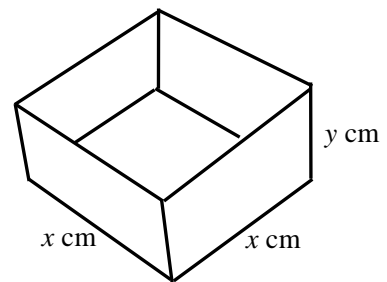
Liquid is poured into the container at a rate of $12 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$. The volume of liquid in the container is $V \text{ cm}^3$, where $V = \frac{1}{2}(h^2 + 4h)$ and $h \text{ cm}$ is the height of liquid in the container. Find, when $V = 16$,

- (i) nilai h .
the value of h .
- (ii) kadar kenaikan h .
the rate at which h is increasing.

[5 m / Aras T]

8. Rajah menunjukkan sebuah bekas air tanpa penutup dengan tapak berbentuk segi empat sama dan sisi yang tegak. Panjang sisi tapaknya ialah $x \text{ cm}$ manakala tingginya ialah $y \text{ cm}$. Diberi bekas itu boleh mengisi 4000 cm^3 air.

Diagram shows a water container without cover with a square base and vertical sides. The length of the base is $x \text{ cm}$ and the height is $y \text{ cm}$. Given that the container can contains 4000 cm^3 .



- (a) Ungkapkan y dalam sebutan x .
Express y in terms of x

[2 m / Aras R]

- (b) Cari jumlah luas permukaan bekas dalam sebutan x .
Find the total surface area of the container in terms of x .

[3 m / Aras S]

- (c) Seterusnya, cari ukuran yang paling ekonomi (jumlah luas permukaan minimum) bagi bekas air itu.

Hence, find the most economical measurements (minimum surface area) for the container.

[5 m / Aras T]

JAWAPAN : MODUL 9 : BAB : PEMBEZAAN**KERTAS 1**

1. -4
2. 13
3. $a = 2, b = -5$
4. $9x^2 - 4$,
fungsi kecerunan bagi lengkung
 $y = 3x^3 - 4x$,
atau terbitan pertama bagi fungsi
 $y = 3x^3 - 4x$,
5. -3
6. $-1/2$
7. $12(3x - 5)$
8. -12
9. $(2.5, -3.75)$
10. $p = 2$
11. $P(7, 4)$
12. $x + 2y = 5$
13. 10 unit /s
14. $120 \text{ cm}^2/\text{s}$
15. (a) $3px^2 - 8x + 5$ (b) $p = 2$
16. $k = -2$
17. (a) -2 (b) $-2k$
18. $1/2 \text{ cm s}^{-1}$

KERTAS 2

1. (a) $k=4, m=-1$ (b) $y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$
2. (a) $a = 2$, (b) $y = 3x - 1$ (c) $x = 2/3$,
-2
3. (a) 3
(b) $x + 3y + 1 = 0$
(c) $Q(1, -3)$ titik minimum
4. (a) minimum (b) $a = -4, b = 6$
5. (b) (i) 25 (ii) 2
6. 9.71 m^3
7. (a) (i) $-\frac{4}{x^2}$ (ii) k
(b) (i) 4 (ii) 2 cm s^{-1}
8. (a) $4000/x^2$
(b) $A = x^2 + \frac{16000}{x^2}$
(c) $20 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$