

Borang Soalan Matematik Tingkatan 4

Pernyataan

1. **Pernyataan** ialah satu ayat yang **benar** atau **palsu** tetapi bukan kedua-duanya.
 - " $6 - 2 = 5$ " adalah palsu.
 - "8 ialah nombor genap" adalah benar.
2. Arahan atau soalan bukan pernyataan.
 - Pergi sana!
 - Adakah anda gembira?

CONTOH 1

Tentukan sama ada setiap ayat yang berikut ialah pernyataan.

- (a) $-4 > 3$
- (b) $x + 2 = 11$
- (c) $3 \times (-4) = -12$
- (d) $\{2, 3\} \subset \{2, 3\}$

Penyelesaian

- (a) Pernyataan.

Berhati-hati

$-4 > 3$ adalah palsu tetapi masih merupakan satu pernyataan.

- (b) Bukan pernyataan.
- (c) Pernyataan.
- (d) Pernyataan.

CONTOH 2

Tentukan sama ada setiap pernyataan yang berikut adalah benar atau palsu.

- (a) $2300 = 2 \times 10^3$
- (b) Oktagon ialah satu poligon.

Penyelesaian

- (a) Pernyataan palsu.
- (b) Pernyataan benar.

CONTOH 3

Bina satu pernyataan matematik yang benar dengan menggunakan $\{5, 7\}$, 7 dan \in .

Penyelesaian

$$7 \in \{5, 7\}$$

Pengkuantiti "Semua" dan "Sebilangan"

1. **Pengkuantiti** menunjukkan bilangan objek atau kes yang terlibat dalam satu pernyataan.
2. **"Semua"** ialah satu pengkuantiti yang digunakan untuk merujuk kepada **setiap** objek dalam pertimbangan. "Semua nombor genap ialah gandaan 2" bermaksud setiap nombor genap ialah gandaan 2.
3. **"Sebilangan"** ialah satu pengkuantiti yang digunakan untuk merujuk kepada **beberapa** tetapi bukan setiap objek dalam pertimbangan. "Sebilangan nombor perdana adalah ganjil" bermaksud beberapa nombor perdana adalah ganjil dan bukan setiap nombor perdana adalah ganjil.

Contoh 4

Lengkapkan setiap pernyataan benar yang berikut dengan menggunakan pengkuantiti "semua" atau "sebilangan".

- _____ set mempunyai set kosong.
- _____ segi tiga mempunyai sudut tegak.
- _____ kenderaan mempunyai empat biji roda.

Penyataan

- Semua* set mempunyai set kosong.
- Sebilangan* segi tiga mempunyai sudut tegak.
- Sebilangan* kenderaan mempunyai empat biji roda.

Contoh 5

Tentukan sama ada setiap pernyataan yang berikut adalah benar.

- Semua segi empat sama mempunyai 4 sisi yang sama panjang.
- Semu gandaan 4 ialah gandaan 8.
- Sebilangan nombor kuasa dua sempurna ialah nombor ganjil.

Penyelesaian

- Pernyataan benar.
- Pernyataan palsu.

Berhati-hati

12 ialah gandaan 4 tetapi bukan gandaan 8.

- Pernyataan benar.

Contoh 6

Bagi setiap yang berikut, bina satu pernyataan benar dengan menggunakan pengkuantiti "semua" atau "sebilangan" berdasarkan objek dan ciri yang diberi.

- Objek* : garis selari
Ciri : kecerunan yang sama
- Objek* : nombor ganjil
Ciri : gandaan 9

Penyelesaian

- Semua* garis selari mempunyai kecerunan yang sama.
- Sebilangan* nombor ganjil ialah gandaan 9.

Operasi ke atas Pernyataan

- Perkataan "bukan" atau "tidak" boleh **menafikan** kebenaran bagi satu pernyataan.
- Jika p mewakili satu pernyataan, maka " $\neg p$ " mewakili penafian p yang bermaksud "bukan p " atau "tidak p ".
 - Semua nombor perdana ialah nombor ganjil. (*Palsu*)
 - **Bukan** semua nombor perdana ialah nombor ganjil. (*Benar*)
- Pernyataan bergabung " p dan q " adalah benar jika kedua-dua p dan q adalah benar.
 $"2 + 3 = 5$ dan $6 - 5 = 1"$ ialah pernyataan benar.
- Pernyataan bergabung " p atau q " adalah benar jika p atau q atau kedua-dua p dan q adalah benar.
 $"2 + 3 = 4$ atau $6 - 5 = 1"$ ialah pernyataan benar.

Contoh 7

Tentukan sama ada setiap pernyataan yang berikut adalah benar atau palsu. Kemudian, tukar kebenaran pernyataan itu dengan menggunakan perkataan "tidak" atau "bukan".

- 58 ialah kuasa dua sempurna.
- Semua kon mempunyai satu bucu.
- 4 ialah faktor bagi 36.

Pembahasan

- Pernyataan palsu.

58 bukan kuasa dua sempurna. ←
Pernyataan benar.

- Pernyataan benar.

Bukan semua kon mempunyai satu bucu. ← Pernyataan palsu

- Pernyataan benar.

4 bukan faktor bagi 36. ←
Pernyataan palsu

Contoh 8

Tentukan sama ada setiap pernyataan yang berikut adalah benar.

- Buaya ialah reptilia dan manusia ialah mamalia.
- $\sqrt{49} = 7$ dan 21 ialah nombor perdana.
- Sebuah segi empat sama mempunyai 3 sisi dan sebuah heksagon mempunyai 6 sisi.

Pembahasan

- Pernyataan benar. ←

Kedua-dua bahagian pernyataan adalah benar.

- Pernyataan palsu. ←

Hanya satu bahagian pernyataan adalah benar.

- Pernyataan palsu. ←

Hanya satu bahagian pernyataan adalah benar.

✓ TIP PEPERIKSAAN

Bagi dua pernyataan p dan q yang diberi:

p	q	p dan q
Benar	Benar	Benar
Benar	Palsu	Palsu
Palsu	Benar	Palsu
Palsu	Palsu	Palsu

Contoh 9

Tentukan sama ada setiap pernyataan yang berikut adalah benar.

- $4 > -3$ atau $\frac{3}{4} < 0.8$
- Sebuah kuboid mempunyai 12 tepi atau sebuah pentagon mempunyai 6 sisi.
- 30 atau 42 ialah gandaan 7.

Pembahasan

- Pernyataan benar. ←

Kedua-dua bahagian pernyataan adalah benar.

- Pernyataan benar. ←

Satu bahagian pernyataan adalah benar.

- Pernyataan benar. ←

Satu bahagian pernyataan adalah benar.

✓ TIP PEPERIKSAAN

Bagi dua pernyataan p dan q yang diberi:

p	q	p atau q
Benar	Benar	Benar
Benar	Palsu	Benar
Palsu	Benar	Benar
Palsu	Palsu	Palsu

CONTOH 10

Gabungkan pernyataan yang berikut untuk membentuk satu pernyataan benar.

Pernyataan 1: $7^2 = 14$

Pernyataan 2: 3 ialah punca bagi persamaan $x^2 - x - 6 = 0$.

Ponyaikanan

$7^2 = 14$ atau 3 ialah punca bagi persamaan $x^2 - x - 6 = 0$.

TIP PEPERIKSAAN

p	q	p atau q
Palsu	Benar	Benar

Implikasi

1. Implikasi ialah satu ayat dalam bentuk "jika p , maka q " di mana pernyataan p menunjukkan **antejadian** dan pernyataan q menunjukkan **akibat**.

Implikasi : Jika $x + 3 = 8$,
maka $x = 5$.

Antejadian : $x + 3 = 8$

Akibat : $x = 5$

2. Satu pernyataan bergabung " p jika dan hanya jika q " mempunyai dua implikasi "jika p , maka q " dan "jika q , maka p ".

3. Akas bagi implikasi "jika p , maka q " ialah "jika q , maka p ". Akas bagi implikasi "jika $x = 4$, maka $x^2 = 16"$ ialah "jika $x^2 = 16$, maka $x = 4"$.

CONTOH 11

Tentukan antejadian dan akibat bagi setiap implikasi.

- (a) Jika m ialah nombor ganjil, maka $m + 1$ ialah nombor genap.
(b) Jika sebuah poligon mempunyai 8 sisi, maka poligon itu ialah sebuah oktagon.

Ponyaikanan

- (a) Antejadian: m ialah nombor ganjil.

Akibat : $m + 1$ ialah nombor genap.

- (b) Antejadian: Sebuah poligon

mempunyai 8 sisi.

Akibat : Poligon itu ialah sebuah oktagon.

CONTOH 12

Tulis dua implikasi daripada pernyataan yang berikut.

" $p^3 = -8$ jika dan hanya jika $p = -2$ "

Ponyaikanan

Implikasi 1: Jika $p^3 = -8$, maka $p = -2$.

Implikasi 2: Jika $p = -2$, maka $p^3 = -8$.

CONTOH 13

Bina satu pernyataan dalam bentuk:

- (a) jika p , maka q
(b) p jika dan hanya jika q
bagi antejadian: $m < 6$
dan akibat: $3m < 18$.

Penyelarasian

- (a) Jika $m < 6$, maka $3m < 18$.
 (b) $m < 6$ jika dan hanya jika $3m < 18$.

CONTOH 14

Tentukan akas bagi setiap implikasi yang berikut dan nyatakan sama ada akas itu benar atau palsu.

- (a) Jika $p = 6$, maka $p^3 = 216$.
 (b) Jika $x > 8$, maka $x > 5$.

Penyelarasian

- (a) Jika $p^3 = 216$, maka $p = 6$.
 Akas itu adalah benar.

- (b) Jika $x > 5$, maka $x > 8$. $\leftarrow \begin{array}{l} 7 > 5 \\ \text{tetapi} \\ 7 < 8. \end{array}$
 Akas itu adalah palsu.



Akas bagi suatu implikasi tidak semestinya benar.

Hujah

Penghujahan ialah satu proses membuat kesimpulan berdasarkan beberapa pernyataan (premis) yang diberi. Terdapat 3 bentuk hujah.

Hujah bentuk I

Premis 1 : Semua A adalah B.
 Premis 2 : C ialah A.
 Kesimpulan : C ialah B.

Hujah bentuk II

Premis 1 : Jika p, maka q.
 Premis 2 : p ialah benar.
 Kesimpulan : q ialah benar.

Hujah bentuk III

Premis 1 : Jika p, maka q.
 Premis 2 : Bukan q adalah benar.
 Kesimpulan : Bukan p adalah benar.

CONTOH 15

Buat satu kesimpulan berdasarkan dua premis yang diberi.

- (a) Premis 1 : Semua murid kelas 4A pergi ke sekolah dengan bas.

Premis 2 : Michelle ialah seorang murid kelas 4A.

Kesimpulan :

- (b) Premis 1 : Jika $k > 5$, maka $3k > 15$.

Premis 2 : $7 > 5$

Kesimpulan :

- (c) Premis 1 : Jika $y^3 = 216$, maka $y = 6$.

Premis 2 : $y \neq 6$

Kesimpulan :

Penyelarasian

- (a) Michelle pergi ke sekolah dengan bas. \leftarrow Hujah bentuk I

- (b) $21 > 15 \leftarrow$ Hujah bentuk II

- (c) $y^3 \neq 216 \leftarrow$ Hujah bentuk III

CONTOH 16

Lengkapkan premis dalam hujah yang berikut.

- (a) Premis 1 : Semua garis selari tidak bersilang.

Premis 2 :

Kesimpulan : AB dan CD tidak bersilang.

- (b) Premis 1 : Jika $2x - 1 = 5$, maka
 $x = 3$.

Premis 2 :

Kesimpulan : $2x - 1 = 5$

- (c) Premis 1 :

Premis 2 : x ialah nombor ganjil.

Kesimpulan : x^3 ialah nombor ganjil.

Pengyelesaian

- (a) AB dan CD ialah garis selari. ←
Hujah bentuk I

- (b) $x = 3$ ← Hujah bentuk III

- (c) Jika x ialah nombor ganjil, maka x^3
 ialah nombor ganjil. ←
Hujah bentuk II

Deduksi dan Aruhan

1. Deduksi ialah satu proses membuat kesimpulan khusus berdasarkan pernyataan umum.

Pernyataan umum:

Semua mamalia ialah binatang berdarah panas.

Harimau ialah mamalia.

Kesimpulan khusus:

Harimau ialah binatang berdarah panas.

2. Aruhan ialah satu proses membuat kesimpulan umum berdasarkan kes-kes khusus.

Kes-kes khusus:

$1^2 = 1$ (ganjil), $3^2 = 9$ (ganjil),

$5^2 = 25$ (ganjil), dan sebagainya.

Kesimpulan umum:

Kuasa dua semua nombor ganjil ialah nombor ganjil.

Contoh 17

Tentukan sama ada setiap kesimpulan yang berikut dibuat secara deduki atau aruhan.

- (a) Hasil tambah sudut pedalaman sebuah segi tiga ialah 180° .

PQR ialah sebuah segi tiga.

Jadi, hasil tambah sudut pedalaman PQR ialah 180° .

- (b) $-2 \times (-3) = 6$ (*positif*)

$-3 \times (-4) = 12$ (*positif*)

$-5 \times (-7) = 35$ (*positif*)

Jadi, hasil darab dua nombor negatif ialah nombor positif.

Pengyelesaian

- (a) Kesimpulan dibuat daripada pernyataan umum kepada satu kes khusus.

Jadi, kesimpulan dibuat secara deduki.

- (b) Premis yang diberi ialah kes khusus.

Jadi, kesimpulan dibuat secara aruhan.

Contoh 18

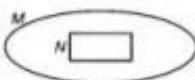
Diberi $7, 10, 13, \dots$
dan $7 = 3(1) + 4$
 $10 = 3(2) + 4$
 $13 = 3(3) + 4$

Bentuk satu kesimpulan secara aruhan bagi urutan nombor di atas.

Pembahasan

Urutan nombor $7, 10, 13, \dots$ boleh ditulis sebagai $3n + 4$, di mana $n = 1, 2, 3, \dots$

1.



(a) Berdasarkan gambar rajah Venn di atas, lengkapkan pernyataan berikut dengan menggunakan pengkuantiti "semua" atau "sebilangan" untuk membentuk satu pernyataan benar.

..... unsur set M adalah unsur set N .

(b) Tulis satu kesimpulan secara deduksi bagi pernyataan yang berikut.

Semua peserta khidmat negara adalah lebih daripada 17 tahun.

Bala adalah peserta khidmat negara.

Contoh 19

Diberi $a^{\frac{m}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m$, cari nilai yang berikut.

- (a) $4^{\frac{3}{2}}$ (b) $0.008^{\frac{2}{3}}$

Pembahasan

$$(a) 4^{\frac{3}{2}} = (4^{\frac{1}{2}})^3 \\ = 2^3 \\ = 32$$

$$(b) 0.008^{\frac{2}{3}} = (0.008^{\frac{1}{3}})^2 \\ = 0.2^2 \\ = 0.04$$

Kesimpulan khusus:

(c) Tulis kesimpulan bagi hujah yang berikut.

Premis 1 : Jika satu nombor ialah gandaan 12, maka nombor itu ialah gandaan 4.

Premis 2 : 9 bukan gandaan 4.

Kesimpulan :

Pembahasan

(a) *Sebilangan* unsur set M ialah unsur set N .

TIP PEPERIKSAAN

Set N ialah subset bagi set M . Maka, sebilangan unsur set M ialah unsur set N .

(b) Bala adalah lebih daripada 17 tahun.

(c) 9 bukan gandaan 12.