

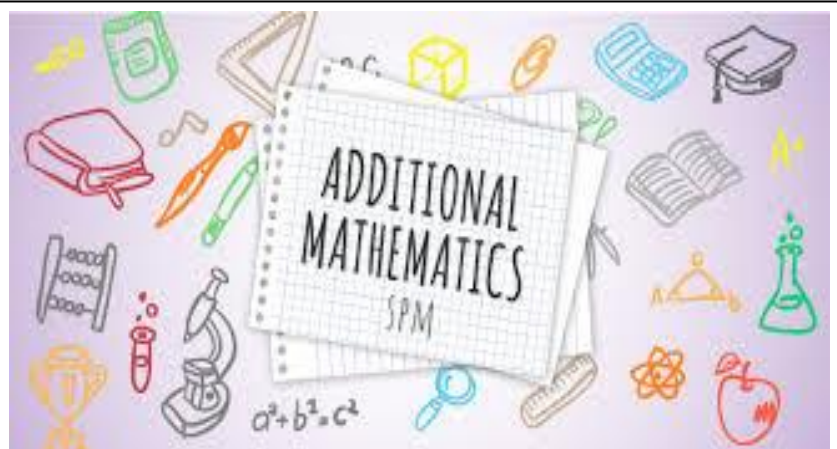


MODUL SOALAN TOPIKAL CEMERLANG AMANJAYA SPM 2018

MATEMATIK TAMBAHAN

SET 5

TOPIK-TOPIK
LINEAR LAW
INTEGRATION
VECTORS





ISI KANDUNGAN

BIL	KANDUNGAN
1	Isi Kandungan
2	Panduan Penggunaan
3	Modul Soalan dan Skema Topikal Cemerlang Amanjaya, Set 5
4	Skema Jawapan Modul Soalan Topikal Cemerlang, Set 5



CARA PENGGUNAAN MODUL

PANDUAN

1. Modul Topikal Cemerlang dan Halus disediakan mengikut topik-topik di tingkatan 4 dan 5.
2. Modul ini mengandungi soalan-soalan bukan rutin (KBAT) dan rutin.
3. Modul ini boleh dijadikan panduan untuk guru-guru di negeri Perak mempertingkatkan pencapaian mata pelajaran Matematik Tambahan SPM 2018.
4. Modul ini sesuai dijadikan modul di dalam bilik darjah sebagai bahan Pdpc, latih tubi, kelas tambahan dan kelas tutorial.
5. Modul ini juga sesuai digunakan oleh pelajar cemerlang dan pelajar yang berpotensi lulus.
6. Guru perlu memilih topik yang telah disediakan untuk dilakukan latihan secara latih tubi dan berulang kali sehingga menjelang peperiksaan SPM supaya penguasaan pelajar terhadap tajuk terpilih dapat diperkukuhkan.
7. Modul ini mengandungi 7 set soalan bagi kedua-dua potensi iaitu cemerlang dan lulus beserta skema penandaan yang boleh dijadikan panduan.
8. Modul ini akan dimuatnaik secara berperingkat mengikut set di portal K-Perak.

LINEAR LAW (KERTAS 1)

1. Diagram (i) shows the graph of the increase in price of eggs in Perak. The price, p , of 10 eggs in RM, is given by the relation $p = a \cdot b^q$, where q is the period, in years, after the 2011. Diagram (ii) shows the straight line when $p = a \cdot b^q$ is expressed in the linear form.

Rajah (i) menunjukkan graf kenaikan harga telur di Perak. Harga, p , bagi 10 biji telur dalam RM, diberi oleh hubungan $p = a \cdot b^q$, dengan q ialah tempoh masa, dalam tahun, selepas tahun 2011. Rajah (ii) menunjukkan garis lurus yang diperolehi apabila $p = a \cdot b^q$ diungkapkan dalam bentuk linear.

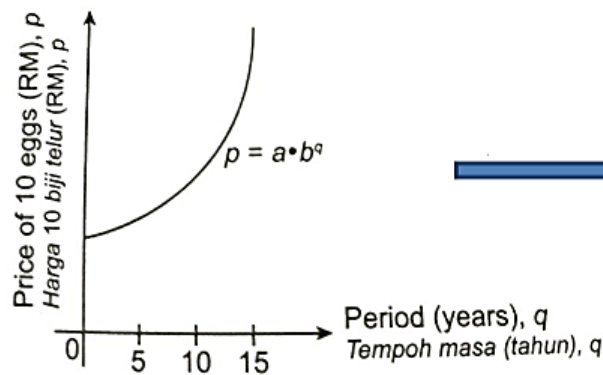


Diagram (i)/ Rajah (i)

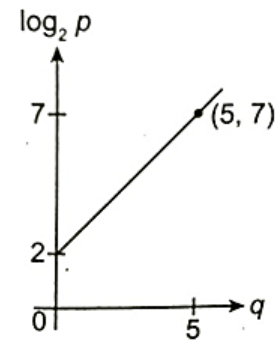


Diagram (ii)/ Rajah (ii)

Find the value of a and of b .

Cari nilai a dan b .

[3 marks]

[3 markah]

2. An experiment is carried out to investigate the relationship between the air pressure, T , and the temperature, S , of the air in the enclosed container. Diagram 2 shows the graph obtained based on the results of the experiment.

Satu eksperimen dijalankan untuk mengkaji hubungan antara tekanan udara, T , dan suhu, S , bagi udara di dalam sebuah bekas tertutup. Rajah 2 menunjukkan graf yang diperolehi berdasarkan keputusan eksperimen itu.

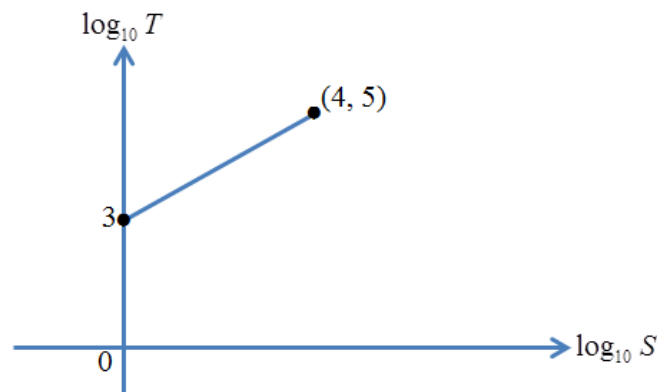


Diagram 2

Rajah 2

Find the equation for T in terms of S that represents the relationship between these two quantities.

Cari persamaan bagi T dalam sebutan S yang mewakili hubungan antara kedua-dua kuantiti.

[3 marks]

[3 markah]

3. The variables x and y are related by the equation $ky = 6xy - 2x$, where k is a constant.

Diagram 3 shows the straight line graph AB obtained by plotting $\frac{1}{y}$ against $\frac{1}{x}$.

Pembolehubah x dan y dihubungkan oleh persamaan $ky = 6xy - 2x$, dengan keadaan k ialah pemalar. Rajah 3 menunjukkan graf garis lurus AB yang diperolehi dengan memplotkan $\frac{1}{y}$ melawan $\frac{1}{x}$.

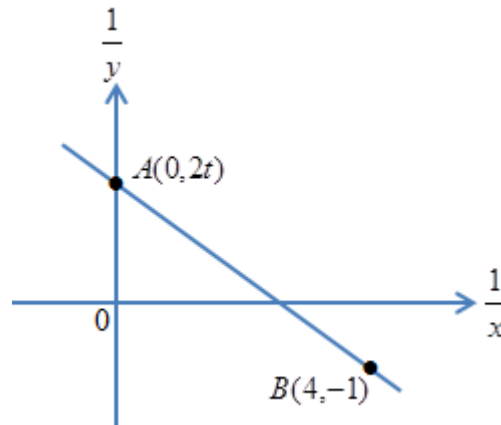


Diagram 3

Rajah 3

- (a) Express the equation $ky = 6xy - 2x$ in its linear form, which is used to obtain the straight line as shown in diagram.

Ungkapkan persamaan $ky = 6xy - 2x$ dalam bentuk linear, yang digunakan untuk memperoleh garis lurus seperti yang ditunjukkan dalam rajah.

- (b) If the gradient of AB is -2 , find the value of k and of t .

Jika kecerunan AB ialah -2 , cari nilai k dan t .

[4 marks]

[4 markah]

4. The variables P and Q are related by the equation $Q = \frac{h}{P} + \frac{1}{k}$, where h and k are constants. A straight line graph is obtained by plotting PQ against P . Given that the ratio of the gradient of the straight line to the PQ -intercept is $3 : 2$, express k in terms of h .

Pembolehubah P dan Q dihubungkan oleh persamaan $Q = \frac{h}{P} + \frac{1}{k}$, dengan keadaan h dan k adalah pemalar. Satu graf garis lurus diperoleh dengan memplot PQ melawan P . Diberi nisbah kecerunan garis lurus itu kepada pintasan- PQ ialah $3 : 2$, ungkapkan k dalam sebutan h .

[3 marks]

[3 markah]

LINEAR LAW (KERTAS 2)

1. The following table 1 shows the corresponding values for the load applied, F on a steel spring and the sum of the spring length, l .

Jadual 1 berikut menunjukkan nilai-nilai sepadan bagi beban yang dikenakan, F pada suatu spring keluli dan jumlah panjang spring, l .

F (N)	6	10	14	18	22	25
l (cm)	0.48	10.82	11.06	11.45	11.82	11.95

Table 1

Jadual 1

- a) Plot l against F to find a relationship between l and F

Plotkan l bertentangan F untuk mencari satu hubungan antara l dengan F .

[4 marks]

[4 markah]

- b) Hence, using the best fit line or the equation of the straight line, find:

Seterusnya, dengan menggunakan graf garis lurus penyuaian terbaik atau persamaan garis lurus penyuaian terbaik, cari :

- i) the initial length of the spring

panjang asal spring itu

- ii) The load required to stretch the spring so that the length reaches 14cm

Beban yang diperlukan untuk meregang spring sehingga panjangnya mencapai 14cm.

[6 marks]

[6 markah]

INTEGRATION (KERTAS 1)

1. Diagram 1 shows a yacht with the sailcloth in a curve $x = f(y)$.

Rajah menunjukkan sebuah perahu layar dengan kain layar dalam suatu lengkung $x = f(y)$.

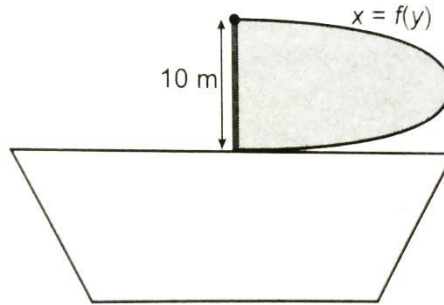


Diagram 1

Jadual 1

The sailcloth can be raised up to a height of 10 m and occupies an area of 167 m^2 between the rod and the sailcloth. Find

Kain layar itu boleh dinaikkan sehingga ketinggian 10 m dan meliputi keluasan 167 m^2 di antara batang dengan kain layar. Cari

(a) $\int_{10}^0 2f(y)dy$.

(b) the value of p if $\int_0^{10} \left(\frac{p}{3} f(y) + p \right) dy = 459 \frac{2}{3}$.

nilai p jika $\int_0^{10} \left(\frac{p}{3} f(y) + p \right) dy = 459 \frac{2}{3}$.

[3 marks]

[3 markah]

2. Given $\int_{-1}^3 g(x)dx = 5$, find

Diberi $\int_{-1}^3 g(x)dx = 5$, cari

(a) $\int_3^1 -2g(x)dx + \int_1^{-1} -2g(x)dx$

(b) $\int_0^3 [g(x) - 1]dx + \int_{-1}^0 g(x)dx$

[4 marks]

[4 *markah*]

3. Diagram 3 shows the curve $y = f(x)$ and the straight line $y = g(x)$.
Rajah 3 menunjukkan lengkung $y = f(x)$ dan garis lurus $y = g(x)$.

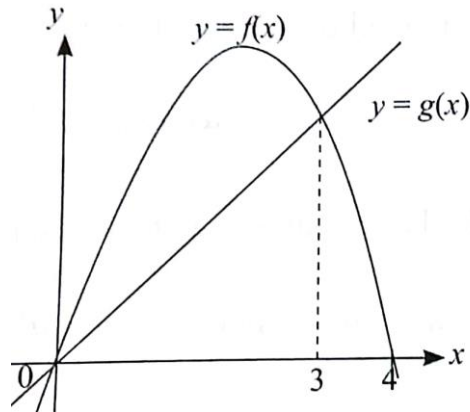


Diagram 3

Rajah 3

Given that $\int_0^3 f(x)dx = d$, $\int_3^4 f(x)dx = e$ and $\int_0^3 g(x)dx = m$.

Diberi bahawa $\int_0^3 f(x)dx = d$, $\int_3^4 f(x)dx = e$ dan $\int_0^3 g(x)dx = m$.

Express the area of the region, in terms of d , e and/or m bounded by
Ungkapkan luas rantau dalam sebutan d , e dan/atau m yang dibatasi oleh

(a) the curve $y = f(x)$ and the straight line $y = g(x)$ only.
lengkung $y = f(x)$ dan garis lurus $y = g(x)$ sahaja.

(b) the curve $y = f(x)$, the straight line $y = g(x)$ and the x -axis.
lengkung $y = f(x)$, garis lurus $y = g(x)$ dan paksi- x .

[4 marks]

[4 markah]

4. Diagram 4 shows the curve $x = f(y)$ intersects the y -axis at $y = n$ and $y = w$.

Rajah 4 menunjukkan lengkung $x = f(y)$ yang bersilang dengan paksi- y pada $y = n$ dan $y = w$.

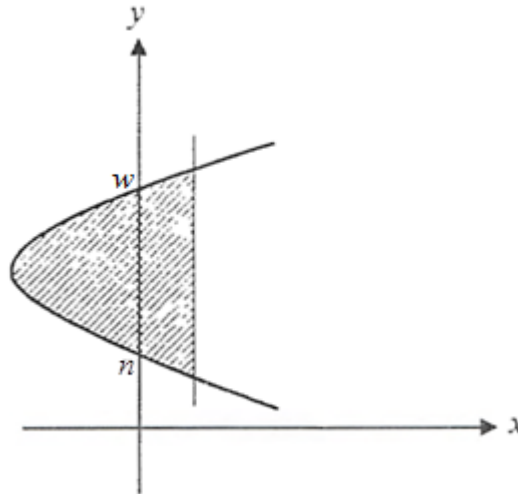


Diagram 4

Rajah 4

It is given that the ratio of the area bounded by the curve and the y -axis to the area of the shaded region is 2 : 3. If the area of the shaded region is 15 unit², find $\int_n^w 2f(y)dy$.

[3 marks]

Diberi bahawa nisbah luas rantau yang dibatasi oleh lengkung itu dan paksi- y kepada luas rantau berlorek ialah 2 : 3. Jika luas rantau berlorek ialah 15 unit², cari $\int_n^w 2f(y)dy$.

[3 markah]

INTEGRATION (KERTAS 2)

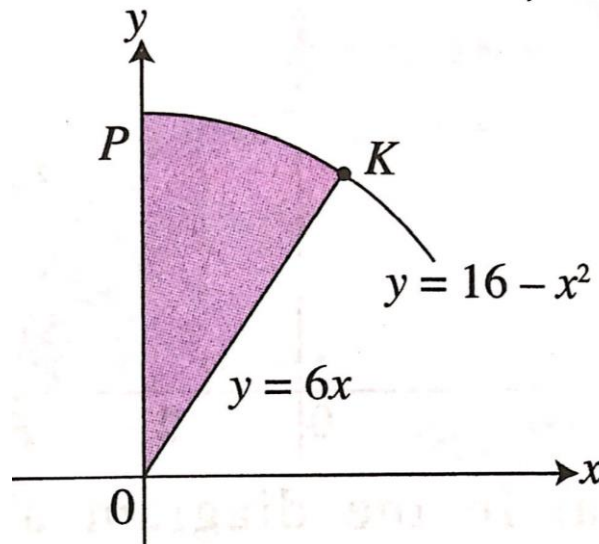


Diagram 1

Rajah 1

- a) Find the coordinates of P

Cari koordinat P

[3 marks]

- b) Find the volume of the solid generated when the shaded region is revolved 360° about the y - axis.

Cari isipadu bungkah yang dijanakan apabila kawasan berlorek diputarakan 360° pada paksi y.

[4 markah]

VECTORS (KERTAS 1)

1. Diagram 1 shows a triangle OPQ on a Cartesian plane. Given $\overrightarrow{PQ} = 7\mathbf{i} - 13\mathbf{j}$, find the unit vector in the direction of $\overrightarrow{OQ}$.

Rajah 1 menunjukkan sebuah segitiga OPQ pada satah Cartes. Diberi $\overrightarrow{PQ} = 7\mathbf{i} - 13\mathbf{j}$, cari vektor unit dalam arah $\overrightarrow{OQ}$.

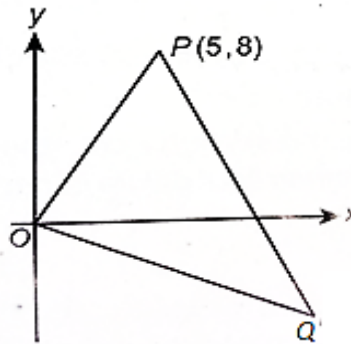


Diagram 1

Rajah 1

[3 marks]

[3 markah]

2. Given that $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j}$ and $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$, find the value of m if $2m\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$ parallel to the y -axis.

Jika $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} - \mathbf{j}$ dan $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$, cari nilai m jika $2m\mathbf{a} + 3\mathbf{b}$ selari dengan paksi- y .

[2 marks]

[2 markah]

3. $OABC$ is a quadrilateral such that $\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ and $\overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} 12 \\ 5 \end{pmatrix}$. Find $\angle OAB$.

$OABC$ ialah sebuah sisiempat selari dengan keadaan $\overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ dan $\overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} 12 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Cari $\angle OAB$.

[3 marks]

[3 markah]

4. Diagram 4 shows the location of Azy's house and her school on a Cartesian plane.

Rajah 4 menunjukkan lokasi rumah Azy dan sekolahnya pada satah Cartes.

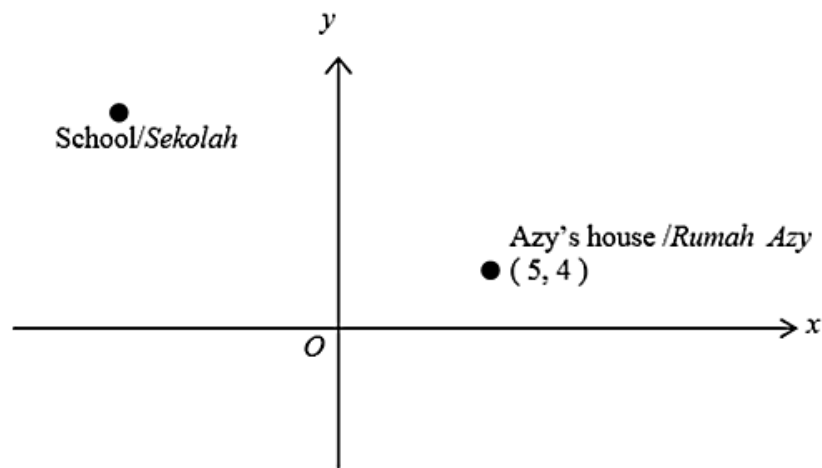


Diagram 4

Rajah 4

It is given that the shortest distance of Azy's house from the x -axis is 4 km and the vector from Azy's house to her school is $12\mathbf{j} - 16\mathbf{i}$. Find

Diberi bahawa jarak terdekat rumah Azy dari paksi- x ialah 4 km dan vektor dari rumah Azy ke sekolahnya ialah $12\mathbf{j} - 16\mathbf{i}$. Cari

- (a) the location of Azy's school.

lokasi sekolah Azy.

- (b) the distance between Azy's house to her school.

jarak di antara rumah Azy dengan sekolahnya.

[3 marks]

[3 markah]

VECTORS (KERTAS 2)

1. a)

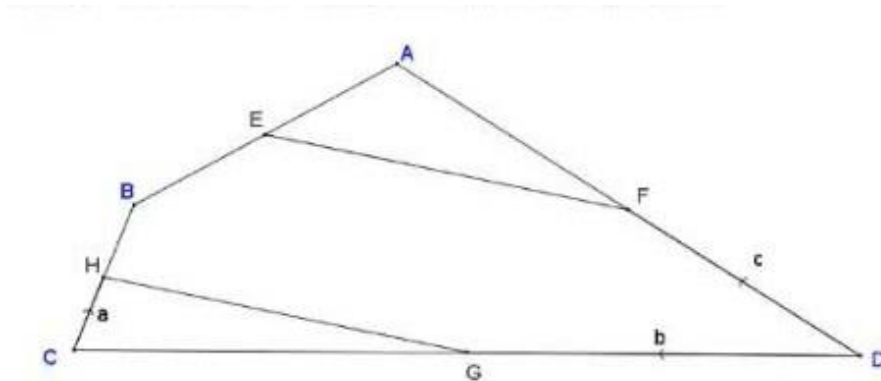


Diagram 1

Rajah 1

ABCD is a quadrilateral. Points E, F, G and H are the midpoints of the sides of this quadrilateral. Given $\overrightarrow{CH} = \underline{a}$, $\overrightarrow{DG} = \underline{b}$ and $\overrightarrow{DF} = \underline{c}$. Show that HG is parallel to EF.

ABCD adalah satu sisiempat. Titik-titik E, F, G dan H adalah titik tengah bagi sisi-sisi untuk sisiempat ini. Diberi $\overrightarrow{CH} = \underline{a}$, $\overrightarrow{DG} = \underline{b}$ dan $\overrightarrow{DF} = \underline{c}$. Tunjukkan bahawa HG adalah selari dengan EF.

b) Given $\overrightarrow{AB} = -\underline{i} + 3\underline{j}$, $A = (-4, 9)$ and $\overrightarrow{PQ} = 2\underline{i} + m\underline{j}$. Find

Diberi $\overrightarrow{AB} = -\underline{i} + 3\underline{j}$, $A = (-4, 9)$ dan $\overrightarrow{PQ} = 2\underline{i} + m\underline{j}$. Cari

(i) the coordinates of B

koordinat bagi B

(ii) unit vector in the direction of $\overrightarrow{OB}$

vektor unit dalam arah $\overrightarrow{OB}$

(iii) value of m if AB is parallel to PQ

nilai bagi m jika AB adalah selari dengan PQ

[7 marks]

[7 markah]

JAWAPAN

LINEAR LAW KERTAS 1

1. $p = a \cdot b^q$

$$\log_2 p = \log_2 a + q \log_2 b$$

$$\log_2 a = 2$$

$$a = 2^2 = 4$$

$$\log_2 b = \frac{7-2}{5-0}$$

$$b = 2^1 = 2$$

2. $m = \frac{5-3}{4-0} = \frac{1}{2}$

$$\log_{10} T = \frac{1}{2} \log_{10} S + 3$$

$$\log_{10} T = \log_{10} S^{\frac{1}{2}} + 3$$

$$\log_{10} \frac{T}{\sqrt{S}} = 3$$

$$\frac{T}{\sqrt{S}} = 10^3 = 1000$$

$$T = 1000\sqrt{S}$$

LINEAR LAW KERTAS 1

3. (a) $ky = 6xy - 2x$

$$\frac{1}{y} = \frac{k}{6xy} - \frac{k}{2} \left(\frac{1}{x} \right)$$

(b) $-\frac{k}{2} = -2$

$$k = 4$$

Ganti titik $B(4, -1)$ dan $c = 2t$

$$-1 = -2(4) + 2t$$

$$t = \frac{7}{2}$$

4. $Q = \frac{h}{P} + \frac{1}{k}$

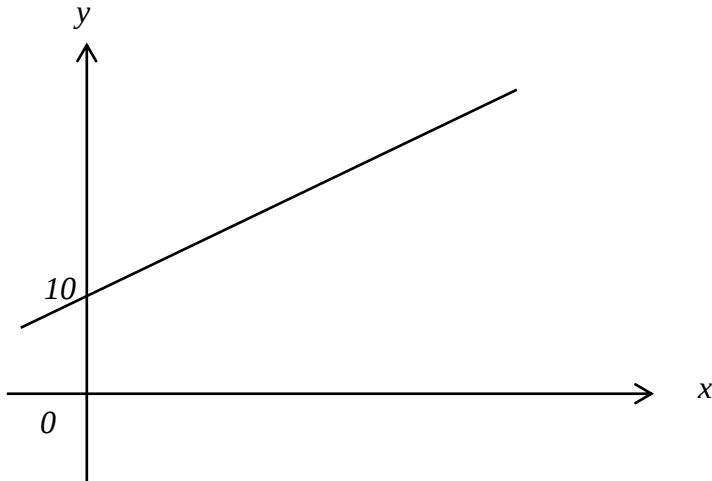
$$PQ = h + \frac{1}{k} P$$

$$\frac{1}{k} = \frac{3}{2}$$

$$k = \frac{2}{3h}$$

LINEAR LAW KERTAS 2

- a) Skala paksi x : 2cm = 5N
Skala paksi y : 2cm = 1cm



Dari graf, $m = 0.08$, $c = 10$

Persamaan, $l = 0.08 F + 10$

- b) i) apabila spring berada pada keadaan asal, beban belum dikenakan padanya iaitu $F=0$

Daripada graf, apabila $F=0$, $l = 10 \text{ cm}$

Jadi panjang asal spring ialah 10 cm

- ii) $l = 0.08 F + 10$ jadi, $l = 14$, $F = 50\text{N}$

INTEGRATION KERTAS 1

$$1. \quad (a) \quad \int_{10}^0 2f(y)dy = 2 \int_{10}^0 f(y)dy$$

$$= 2(-167)$$

$$= -334$$

$$(b) \quad \int_0^{10} \left(\frac{p}{3} f(y) + p \right) dy = 459 \frac{2}{3}$$

$$\int_0^{10} \frac{p}{3} f(y)dy + \int_0^{10} p dy = 459 \frac{2}{3}$$

$$\frac{p}{3} \int_0^{10} f(y)dy + [py]_0^{10} = 459 \frac{2}{3}$$

$$\frac{p}{3}(167) + 10p = 459 \frac{2}{3}$$

$$p = 7$$

$$2. \quad (a) \quad \int_3^1 -2g(x)dx + \int_1^{-1} -2g(x)dx = \int_3^{-1} -2g(x)dx$$

$$= 2 \int_{-1}^3 g(x)dx$$

$$= 2(5) = 10$$

$$(b) \quad \int_0^3 [g(x) - 1]dx + \int_{-1}^0 g(x)dx$$

$$= \int_0^3 g(x)dx + \int_{-1}^0 g(x)dx - \int_0^3 1dx$$

$$= \int_{-1}^3 g(x)dx - [x]_0^3$$

$$= 5 - [3 - 0] = 2$$

INTEGRATION KERTAS 1

$$3. \quad (a) \quad \int_0^3 f(x)dx - \int_0^3 g(x)dx = d - m$$

$$(b) \quad \int_0^3 g(x)dx + \int_3^4 f(x)dx = m + e$$

$$4. \quad \text{Luas dibatasi oleh lengkung dan paksi- } y =$$

$$\frac{2}{3} \times 15 = 10$$

$$\int_n^w 2f(y)dy = 2[-10] = -20$$

INTEGRATION KERTAS 2

a) $y = 16 - x^2$,

when $x = 0$, $y = 16$

coordinate K ,

$y = 16 - x^2$, and $y = 6x$,

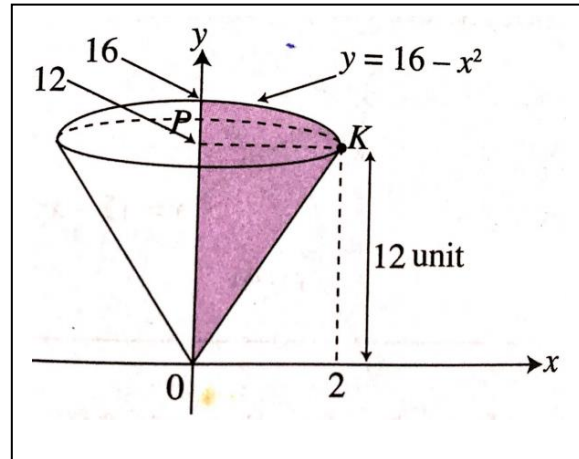
$$16 - x^2 = 6x$$

$$x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$(x - 2)(x + 8) = 0$$

$x = 2$ or $x = -8$

When $x = 2$, $y = 12$



b) The volume required

$$= \int_{12}^{16} \pi x^2 dy + \frac{1}{3} (\pi r^2) h$$

$$= \int_{12}^{16} \pi (16 - y) dy + 16\pi$$

$$= \pi \left[16y - \frac{y^2}{2} \right]_{12}^{16} + 16\pi$$

$$= 8\pi + 16\pi$$

$$= 24\pi \text{ unit}^3$$

VECTORS KERTAS 1

$$\begin{aligned} 1. \quad \overrightarrow{OQ} &= \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PQ} \\ &= 5\mathbf{i} + 8\mathbf{j} + 7\mathbf{i} - 13\mathbf{j} \\ &= 12\mathbf{i} - 5\mathbf{j} \end{aligned}$$

$$|\overrightarrow{OQ}| = \sqrt{(12)^2 + (-5)^2} = 13$$

Vektor unit dalam arah $\overrightarrow{OQ} = \frac{12}{13}\mathbf{i} - \frac{5}{13}\mathbf{j}$

$$\begin{aligned} 2. \quad 2\mathbf{ma} + 3\mathbf{b} &= 2m \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4m - 3 \\ -2m + 9 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$2\mathbf{ma} + 3\mathbf{b}$ selari dengan paksi-y: $4m - 3 = 0$

$$m = \frac{3}{4}$$

VECTORS KERTAS 1

$$\begin{aligned} 3. \quad |\overrightarrow{OA}| &= 5 \\ |\overrightarrow{AB}| &= 13 \end{aligned}$$

$$OB^2 = 5^2 + 13^2 - 2(5)(13)\cos\angle OAB$$

$$306 = 25 + 169 - 130\cos\angle OAB$$

$$\angle OAB = 149.5^\circ$$

$$\begin{aligned} 4. \quad (a) \quad \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -16 \\ 12 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -11 \\ 16 \end{pmatrix} \\ &(-11, 16) \end{aligned}$$

$$(b) \quad \sqrt{(-16)^2 + (12)^2} = 20 \text{ km}$$

VECTORS KERTAS 2

$$\text{a) } \overrightarrow{HG} = \overrightarrow{HC} + \overrightarrow{CQ} = -\underline{a} - \underline{b}$$

$$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = -2\underline{a} - 2\underline{b}$$

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DA} = -2\underline{a} - 2\underline{b} + 2\underline{c}$$

$$\overrightarrow{EA} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BA} = -\underline{a} - \underline{b} + \underline{c}$$

$$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AF} = -\underline{a} - \underline{b}$$

$$\overrightarrow{HG} = \lambda \overrightarrow{EF} \rightarrow \lambda = 1$$

HG is parallel to EF

$$\text{b) (i) } \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = (-4\underline{i} + 9\underline{j}) + (-\underline{i} + 3\underline{j}) = -5\underline{i} + 12\underline{j}$$

$$B = (-5, 12)$$

$$\text{(ii) } |\overrightarrow{OB}| = \sqrt{(-5)^2 + (12)^2} = 13$$

$$\overrightarrow{OB} = \frac{-5\underline{i} + 12\underline{j}}{13} = -\frac{5}{13}\underline{i} + \frac{12}{13}\underline{j}$$

$$\text{(iii) } \overrightarrow{AB} = \lambda \overrightarrow{PQ}$$

$$-\underline{i} + 3\underline{j} = \lambda(2\underline{i} + m\underline{j})$$

$$m = -6$$