

Kebarangkalian II (Tingkatan 5)

Kebarangkalian Suatu Peristiwa

1. Ruang sampel S ialah satu set yang mengandungi semua kesudahan yang mungkin diperoleh dalam suatu uji kaji.
2. Ruang sampel yang mana setiap kesudahannya sama boleh jadi dinamakan **ruang sampel sama boleh jadi**.
3. Bagi suatu ruang sampel sama boleh jadi, S , **kebarangkalian** suatu peristiwa A berlaku ialah

$$P(A) = \frac{\text{Bilangan kesudahan } A}{\text{Bilangan kesudahan } S}$$

$$= \frac{n(A)}{n(S)}$$
 dengan keadaan $0 \leq P(A) \leq 1$

CONTOH 1

Tentukan ruang sampel bagi setiap yang berikut.

- (a) Satu nombor ganjil antara 20 dan 30 ditulis secara rawak.
- (b) Satu huruf dipilih secara rawak daripada perkataan TRAIN.

Penyelesaian

- (a) $S = \{21, 23, 25, 27, 29\}$
- (b) $S = \{T, R, A, I, N\}$

CONTOH 2

Satu huruf dipilih secara rawak daripada perkataan SPROUT. Cari kebarangkalian

- (a) memilih huruf P,
- (b) memilih satu huruf vokal.

Penyelesaian

- (a) $S = \{S, P, R, O, U, T\}$
 $A = \text{memilih huruf P}$
 $= \{P\}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$= \frac{1}{6}$$

- (b) $B = \text{memilih satu huruf vokal}$
 $= \{O, U\}$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

$$= \frac{2}{6}$$

$$= \frac{1}{3}$$

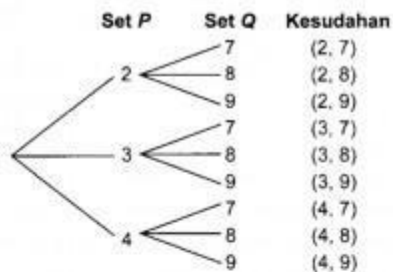
TIP PEPERIKSAAN

Apabila kita mempunyai uji kaji yang terdiri daripada 2 langkah seperti dalam **Contoh 3**, sepasang keputusan akan diperoleh. Kita boleh melukis gambar rajah pokok dan menggunakan pasangan tertib (a, b) untuk mewakili suatu kesudahan.

CONTOH 3

Diberi set $P = \{2, 3, 4\}$ dan set $Q = \{7, 8, 9\}$, satu nombor dipilih secara rawak daripada setiap set. Cari kebarangkalian bahawa

- (a) dua nombor genap terpilih,
- (b) jumlah dua nombor yang terpilih itu ialah nombor ganjil.

Penyelesaian

$$S = \{(2, 7), (2, 8), (2, 9), (3, 7), (3, 8), (3, 9), (4, 7), (4, 8), (4, 9)\}$$

$$n(S) = 9$$

(a) $A =$ dua nombor genap terpilih
 $= \{(2, 8), (4, 8)\}$

$$n(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$= \frac{2}{9}$$

(b) $B =$ jumlah dua nombor yang terpilih itu ialah nombor ganjil
 $= \{(2, 7), (2, 9), (3, 8), (4, 7), (4, 9)\}$

$$n(B) = 5$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$$

$$= \frac{5}{9}$$

CONTOH 4

P L E A S U R E

Semua kad yang ditunjukkan di atas dimasukkan ke dalam sebuah kotak.

- (a) Sekeping kad dipilih secara rawak daripada kotak itu. Cari kebarangkalian bahawa kad yang dikeluarkan itu bertanda huruf vokal.

- (b) Beberapa keping kad yang bertanda huruf Z dimasukkan ke dalam kotak itu. Jika sekeping kad dipilih secara rawak daripada kotak itu, kebarangkalian memilih sekeping kad yang bertanda huruf Z ialah $\frac{1}{5}$.
Cari bilangan kad yang bertanda huruf Z.

Penyelesaian

(a) $S = \{P, L, E, A, S, U, R, E\}$

$$n(S) = 8$$

$A =$ memilih satu huruf vokal

$$= \{E_1, E_2, A, U\}$$

$$n(A) = 4$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$= \frac{4}{8}$$

$$= \frac{1}{2}$$

Berhati-hati

Terdapat dua huruf E dalam ruang sampel.

- (b) Biar bilangan kad yang bertanda huruf Z sebagai x .

Jumlah kad di dalam kotak

$$= 8 + x$$

$$P(\text{memilih satu huruf Z}) = \frac{1}{5}$$

$$\frac{x}{8 + x} = \frac{1}{5}$$

$$5x = 8 + x$$

$$5x - x = 8$$

$$4x = 8$$

$$x = \frac{8}{4}$$

$$= 2$$

Kebarangkalian Peristiwa Pelengkap

- Peristiwa **pelengkap** bagi peristiwa A ialah set yang mengandungi semua kesudahan dalam ruang sampel yang bukan kesudahan A dan ditulis sebagai A' .
- Kebarangkalian peristiwa pelengkap bagi peristiwa A ialah $P(A') = 1 - P(A)$.

CONTOH 5

Nyatakan pelengkap bagi setiap peristiwa berikut dalam tatatanda set.

- A = memilih satu gandaan 3 daripada set $\{x : 1 < x < 10, x \text{ ialah integer}\}$
- B = mendapat satu nombor kuasa dua sempurna apabila sebiji dadu dilambung

Penyelesaian

- $S = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $A = \{3, 6, 9\}$
 $A' = \{2, 4, 5, 7, 8\}$
- $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 $B = \{1, 4\}$
 $B' = \{2, 3, 5, 6\}$

TIP PEPERIKSAAN

$$n(A') = n(S) - n(A)$$

CONTOH 6

Satu nombor dipilih secara rawak daripada set $\{x : 1 \leq x \leq 50, x \text{ ialah integer}\}$. Cari kebarangkalian memilih

- satu nombor yang mengandungi digit 3,
- satu nombor yang tidak mengandungi digit 3.

Penyelesaian

$$n(S) = 50$$

- A = satu nombor yang mengandungi digit 3
 $= \{3, 13, 23, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 43\}$

$$\begin{aligned} P(A) &= \frac{n(A)}{n(S)} \\ &= \frac{14}{50} \\ &= \frac{7}{25} \end{aligned}$$

- B = satu nombor yang tidak mengandungi digit 3

$$\begin{aligned} &= A' \\ P(B) &= P(A') \\ &= 1 - P(A) \\ &= 1 - \frac{7}{25} \\ &= \frac{18}{25} \end{aligned}$$

KAEDAH ALTERNATIF

Kita juga boleh mentakrif $P(A') = \frac{n(A')}{n(S)}$.

$$\begin{aligned} P(A') &= \frac{50 - 14}{50} \\ &= \frac{36}{50} \\ &= \frac{18}{25} \end{aligned}$$

Kebarangkalian Peristiwa Bergabung

1. Peristiwa bergabung ialah peristiwa hasil daripada kesatuan atau persilangan dua peristiwa atau lebih.
2. Kesudahan peristiwa bergabung 'A atau B' merupakan unsur-unsur bagi kesatuan A dan B, iaitu $A \cup B$.

$$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)}$$

3. Kesudahan peristiwa bergabung 'A dan B' merupakan unsur-unsur bagi persilangan A dan B, iaitu $A \cap B$.

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

CONTOH 7

Satu nombor dipilih secara rawak daripada set $\{x : 1 \leq x \leq 10, x \text{ ialah integer}\}$. Senaraikan kesudahan bagi peristiwa bahawa

- (a) satu nombor genap atau gandaan 3 terpilih,
- (b) satu nombor ganjil dan satu nombor perdana terpilih.

Penyelesaian

- (a) Biar A = satu nombor genap terpilih
 $= \{2, 4, 6, 8, 10\}$
 dan B = satu gandaan 3 terpilih
 $= \{3, 6, 9\}$
 Peristiwa bahawa satu nombor genap atau gandaan 3 terpilih
 $= A \cup B$
 $= \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}$
- (b) Biar C = satu nombor ganjil terpilih
 $= \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 dan D = satu nombor perdana terpilih
 $= \{2, 3, 5, 7\}$
 Peristiwa bahawa satu nombor ganjil dan satu nombor perdana terpilih
 $= C \cap D$
 $= \{3, 5, 7\}$

CONTOH 8

Satu nombor dipilih secara rawak daripada set $\{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$.

Cari kebarangkalian bahawa

- (a) satu gandaan 3 atau 4 terpilih,
- (b) satu nombor genap dan satu nombor yang lebih besar daripada 9 terpilih.

Penyelesaian

- (a) Biar A = satu gandaan 3 terpilih
 $= \{6, 9, 12\}$
 dan B = satu gandaan 4 terpilih
 $= \{8, 12\}$
 $A \cup B = \{6, 8, 9, 12\}$
 $n(A \cup B) = 4$
 $P(A \text{ atau } B) = P(A \cup B)$
 $= \frac{n(A \cup B)}{n(S)}$
 $= \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$
- (b) Biar C = satu nombor genap terpilih
 $= \{6, 8, 10, 12\}$
 dan D = satu nombor lebih besar daripada 9 terpilih
 $= \{10, 11, 12\}$

$$C \cap D = \{10, 12\}$$

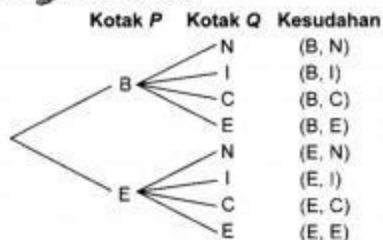
$$n(C \cap D) = 2$$

$$\begin{aligned} P(C \text{ dan } D) &= P(C \cap D) \\ &= \frac{n(C \cap D)}{n(S)} \\ &= \frac{2}{8} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

CONTOH 9

Kotak P mengandungi dua keping kad manakala kotak Q mengandungi empat keping kad seperti yang ditunjukkan dalam rajah di atas. Sekeping kad dipilih secara rawak daripada setiap kotak. Cari kebarangkalian bahawa

- (a) huruf B daripada kotak P atau satu huruf vokal daripada kotak Q terpilih,
 (b) huruf E daripada kotak P dan huruf E daripada kotak Q terpilih.

Penyelesaian

$$S = \{(B, N), (B, I), (B, C), (B, E), (E, N), (E, I), (E, C), (E, E)\}$$

$$n(S) = 8$$

- (a) Biar A = satu huruf B daripada kotak P terpilih
 $= \{(B, N), (B, I), (B, C), (B, E)\}$

dan B = satu huruf vokal daripada kotak Q terpilih

$$= \{(B, I), (B, E), (E, I), (E, E)\}$$

$$A \cup B = \{(B, N), (B, I), (B, C), (B, E), (E, I), (E, E)\}$$

$$n(A \cup B) = 6$$

$$P(A \text{ atau } B) = P(A \cup B)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{n(A \cup B)}{n(S)} \\ &= \frac{6}{8} \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

- (b) Biar C = satu huruf E daripada kotak P terpilih
 $= \{(E, N), (E, I), (E, C), (E, E)\}$

dan D = satu huruf E daripada kotak Q terpilih

$$= \{(B, E), (E, E)\}$$

$$C \cap D = \{(E, E)\}$$

$$n(C \cap D) = 1$$

$$P(C \text{ dan } D) = P(C \cap D)$$

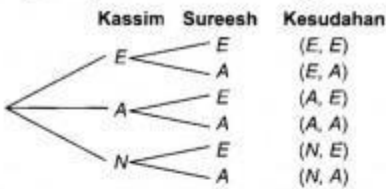
$$\begin{aligned} &= \frac{n(C \cap D)}{n(S)} \\ &= \frac{1}{8} \end{aligned}$$

CONTOH 10

Kassim dan Sureesh ingin belajar di luar negeri. Kebarangkalian bahawa Kassim akan sambung belajar di England, Australia atau New Zealand adalah sama. Kebarangkalian Sureesh akan sambung belajar di England atau Australia adalah sama. Cari kebarangkalian bahawa Kassim belajar di England dan Sureesh belajar di Australia.

Penyelesaian

Biar England, Australia dan New Zealand sebagai E , A dan N masing-masing.



$$S = \{(E, E), (E, A), (A, E), (A, A), (N, E), (N, A)\}$$

$$n(S) = 6$$

Biar M = Kassim belajar di England

$$= \{(E, E), (E, A)\}$$

dan N = Sureesh belajar di Australia

$$= \{(E, A), (A, A), (N, A)\}$$

$$M \cap N = \{(E, A)\}$$

$$n(M \cap N) = 1$$

$$P(M \text{ dan } N) = P(M \cap N)$$

$$= \frac{n(M \cap N)}{n(S)}$$

$$= \frac{1}{6}$$

1. Sebuah kilang mempunyai 42 orang pekerja di mana 16 orang daripadanya ialah wanita. 6 orang lagi pekerja wanita menyertai kilang itu. Jika seorang pekerja dipilih secara rawak daripada kilang itu, nyatakan kebarangkalian memilih seorang pekerja wanita.

A $\frac{7}{24}$ C $\frac{11}{24}$

B $\frac{9}{24}$ D $\frac{13}{24}$

Penyelesaian

Bilangan pekerja wanita

$$= 16 + 6 = 22$$

Jumlah bilangan pekerja

$$= 42 + 6 = 48$$

P(memilih seorang pekerja wanita)

$$= \frac{22}{48} = \frac{11}{24}$$

Jawapan: C

2. Sebuah peti sejuk mengandungi 64 kotak ais krim yang berperisa coklat, vanila dan mangga. Sebanyak 27 daripada ais krim itu berperisa vanila. Jika sekotak ais krim dipilih secara rawak daripada peti sejuk, kebarangkalian memilih sekotak ais krim yang berperisa mangga ialah $\frac{3}{8}$. Cari bilangan kotak ais krim yang berperisa coklat dalam peti sejuk itu.

A 13 C 15
B 14 D 18

Penyelesaian

Biar bilangan kotak ais krim yang berperisa mangga sebagai x .

$$\frac{x}{64} = \frac{3}{8}$$

$$x = 64 \times \frac{3}{8}$$

$$= 24$$

Bilangan kotak ais krim yang berperisa coklat
 $= 64 - 27 - 24$
 $= 13$

Jawapan: A

3.

4	8	20	25	26
27	49	52	62	

Rajah di atas menunjukkan sembilan kad nombor. Sekeping kad dipilih secara rawak. Nyatakan kebarangkalian bahawa satu nombor kuasa dua sempurna terpilih.

- A $\frac{1}{9}$ C $\frac{1}{3}$
 B $\frac{2}{9}$ D $\frac{4}{9}$

Penyelesaian

A = nombor kuasa dua sempurna
 $= \{4, 25, 49\}$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$= \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

Jawapan: C

4. Zawber mempunyai satu koleksi buku daripada Malaysia, Taiwan dan Indonesia. Dia memilih sebuah buku daripada buku-buku itu secara rawak. Kebarangkalian dia memilih sebuah buku Taiwan ialah $\frac{2}{5}$ dan kebarangkalian dia memilih sebuah buku Indonesia ialah $\frac{1}{3}$. Zawber mempunyai 20 buah buku Malaysia. Hitung jumlah bilangan buku dalam koleksinya.

- A 65 C 72
 B 68 D 75

Penyelesaian

Biar jumlah bilangan buku sebagai x .

$$\frac{2}{5} \times x + \frac{1}{3} \times x + 20 = x$$

$$\frac{6x + 5x + 300}{15} = x$$

$$11x + 300 = 15x$$

$$15x - 11x = 300$$

$$4x = 300$$

$$x = 75$$

Jawapan: D

5.

	Tingkatan 4	Tingkatan 5
Lelaki	5	4
Perempuan	7	8

Jadual menunjukkan taburan sekumpulan pelajar yang menjadi ahli pasukan pancaragam sekolah. Seorang pelajar dipilih secara rawak daripada kumpulan itu. Apakah kebarangkalian bahawa seorang pelajar perempuan daripada Tingkatan 5 akan terpilih?

- A $\frac{1}{5}$ C $\frac{2}{3}$
 B $\frac{1}{3}$ D $\frac{13}{24}$

Penyelesaian

P(seorang pelajar perempuan daripada Tingkatan 5 terpilih)

$$= \frac{8}{5 + 4 + 7 + 8}$$

$$= \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$$

Jawapan: B

6. Sebuah kotak mengandungi 36 biji bola merah dan sebilangan bola hijau. Sebiji bola dipilih secara rawak daripada kotak itu. Kebarangkalian memilih sebiji bola hijau ialah $\frac{5}{14}$. Berapakah bilangan bola hijau dalam kotak itu?
- A 15 C 20
B 18 D 22

Penyelesaian

Biar bilangan bola hijau sebagai x .

$$\frac{x}{36 + x} = \frac{5}{14}$$

$$14x = 180 + 5x$$

$$14x - 5x = 180$$

$$9x = 180$$

$$x = 20$$

Jawapan: C