

## Matriks

1. **Matriks** ialah nombor-nombor (dikenali sebagai **unsur**) yang disusun dalam satu tatasusunan segi empat tepat di dalam satu kurungan besar.

$$\begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \text{ ialah satu matriks.}$$

2. Unsur pada baris ke- $i$  dan lajur ke- $j$  diwakili dengan  $a_{ij}$ .

3. **Peringkat** suatu matriks dengan  $m$  baris dan  $n$  lajur ditulis sebagai  $m \times n$ .

$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$  mempunyai 2 baris dan 3 lajur. Maka peringkat matriks ialah  $2 \times 3$ .

4. **Matriks baris** ialah suatu matriks yang mempunyai 1 baris sahaja.

$(a \ b)$  ialah satu matriks baris.

5. **Matriks lajur** ialah suatu matriks yang mempunyai 1 lajur sahaja.

$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$  ialah satu matriks lajur.

6. **Matriks segi empat sama** ialah suatu matriks yang mempunyai bilangan baris dan lajur yang sama.

$\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$  ialah satu matriks segiempat sama.

### CONTOH 1

Nyatakan bilangan baris, bilangan lajur dan peringkat bagi setiap matriks yang berikut.

(a)  $(4 \ -1)$       (b)  $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$

#### Penyelesaian

(a)  $(4 \ -1)$  ← Baris 1  
 ↑      ↑  
 Lajur 1    Lajur 2

Bilangan baris = 1  
 Bilangan lajur = 2  
 Peringkat =  $1 \times 2$

(b)  $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$  ← Baris 1  
 ← Baris 2  
 ← Baris 3  
 ↑      ↑  
 Lajur 1    Lajur 2

Bilangan baris = 3

Bilangan lajur = 2

Peringkat =  $3 \times 2$

### CONTOH 2

Diberi matriks  $P = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ -5 & 9 & 5 \end{pmatrix}$  dan

$a_{ij}$  ialah unsur matriks  $P$  pada baris ke- $i$  dan lajur ke- $j$ . Cari nilai bagi setiap yang berikut.

(a)  $a_{13}$

(b)  $a_{23}$

(c)  $a_{21} + 6a_{11}$

#### Penyelesaian

(a)  $a_{13} = 4$

(b)  $a_{23} = 5$

Baris 1    Lajur 3      Baris 2    Lajur 3

(c)  $a_{21} + 6a_{11} = -5 + 6(3)$   
 $= 13$

### Matriks Sama

Dua matriks adalah **sama** jika dan hanya jika mereka mempunyai peringkat yang sama dan unsur sepadan mereka adalah sama.

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix} \\ \Rightarrow a = p, b = q, c = r \text{ dan } d = s$$

#### CONTOH 3

Tentukan sama ada setiap pasang matriks yang berikut adalah sama atau tidak.

$$(a) M = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$$

$$N = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 7 \end{pmatrix}$$

$$(b) P = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 2 \\ -3 & 10 & 5 \end{pmatrix}$$

$$Q = \begin{pmatrix} 6 & 4 & 5 \\ -3 & 10 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(c) R = \begin{pmatrix} 7 \\ 3 \\ -9 \end{pmatrix}$$

$$S = (7 \ 3 \ -9)$$

#### Penyelesaian

- (a)  $M$  dan  $N$  adalah sama.  
 (b)  $P$  dan  $Q$  tidak sama kerana unsur sepadan tidak sama.  
 (c)  $R$  dan  $S$  tidak sama kerana peringkat mereka tidak sama.

#### CONTOH 4

Diberi matriks  $E = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 5 & x \end{pmatrix}$ , matriks

$F = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ x+y & -3 \end{pmatrix}$  dan  $E = F$ , cari nilai  $x$  dan  $y$ .

#### Penyelesaian

$$E = F$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 5 & x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ x+y & -3 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow x = -3$$

$$\Rightarrow 5 = x + y$$

$$5 = -3 + y$$

$$-3 + y = 5$$

$$y = 5 + 3$$

$$= 8$$

Maka,  $x = -3$  dan  $y = 8$ .

### Penambahan dan Penolakan Matriks

1. Dua matriks boleh ditambah atau ditolak hanya apabila mereka mempunyai **peringkat yang sama**.
2. Untuk menambah atau menolak dua matriks, kita menambah atau menolak unsur-unsur yang sepadan pada dua matriks itu.

$$(a) \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-c \\ b-d \end{pmatrix}$$

#### CONTOH 5

Hitunglah setiap yang berikut.

$$(a) \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 3x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2x \\ 4 \end{pmatrix}$$

#### Penyelesaian

$$(a) \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 7+(-1) & 2+3 \\ -3+4 & 6+5 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 1 & 11 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 3x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2x \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x-2x \\ y-4 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} x \\ y-4 \end{pmatrix}$$

#### CONTOH 6

Diberi  $E = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$ ,  $F = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$  dan

$G = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$ , cari  $E + F - G$ .

#### Penyelesaian

$$E + F - G$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2+2-7 & 3+5-6 \\ 1+3-3 & -4+2-(-1) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

#### CONTOH 7

Diberi  $\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3m \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 2n-4 \end{pmatrix}$ , cari nilai  $m$  dan nilai  $n$ .

#### Penyelesaian

$$\begin{pmatrix} m \\ n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3m \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 2n-4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} m+3m \\ n+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 2n-4 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow 4m = -8$$

$$m = -2$$

$$\Rightarrow n+3 = 2n-4$$

$$n-2n = -4-3$$

$$-n = -7$$

$$n = 7$$

Maka,  $m = -2$  dan  $n = 7$ .

### Pendaraban Matriks dengan Nombor

1. Untuk mendarab matriks dengan suatu nombor, kita **darabkan setiap unsur** dalam matriks dengan nombor itu.

$$k \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{pmatrix}$$

2. Pendaraban matriks dengan suatu nombor dikenali sebagai **pendaraban skalar**.

#### CONTOH 8

Ungkapkan setiap yang berikut sebagai satu matriks tunggal.

$$(a) 7 \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9 \\ 10 \\ -20 \end{pmatrix}$$

$$(b) 2 \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(c) 4 \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

#### Penyelesaian

$$(a) 7 \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9 \\ 10 \\ -20 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 14 + (-9) \\ -21 + 10 \\ 35 + (-20) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5 \\ -11 \\ 15 \end{pmatrix}$$

$$(b) 2 \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 6 - 3 + (-2) \\ 8 - 6 + 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$(c) 4 \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -4 - 5 & -8 - 3 \\ 12 - (-1) & 16 - 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -9 & -11 \\ 13 & 14 \end{pmatrix}$$

#### CONTOH 9

Diberi  $3 \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2p \\ -q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 15 \end{pmatrix}$ , cari nilai  $p$  dan nilai  $q$ .

#### Penyelesaian

$$3 \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 2p \\ -q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 15 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3p - 4p \\ 3q + 2q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 15 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -p \\ 5q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 15 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow -p = 4$$

$$p = -4$$

$$\Rightarrow 5q = 15$$

$$q = 3$$

Maka,  $p = -4$  dan  $q = 3$ .

### Pendaraban Dua Matriks

Jika peringkat bagi matriks  $A$  ialah  $m \times n$  dan peringkat bagi matriks  $B$  ialah  $n \times p$ , maka hasil darab  $AB$  wujud dan peringkat  $AB$  ialah  $m \times p$ .

$$(a) \begin{pmatrix} a & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ d \end{pmatrix} = (ac + bd)$$

$1 \times 2 \quad 2 \times 1 \quad 1 \times 1$

$$(b) \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae + bf \\ ce + df \end{pmatrix}$$

$2 \times 2 \quad 2 \times 1 \quad 2 \times 1$

$$(c) \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ae + bg & af + bh \\ ce + dg & cf + dh \end{pmatrix}$$

$2 \times 2 \quad 2 \times 2 \quad 2 \times 2$

$$(d) \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ac & ad \\ bc & bd \end{pmatrix}$$

$2 \times 1 \quad 1 \times 2 \quad 2 \times 2$

### CONTOH 10

Cari hasil darab bagi setiap yang berikut.

$$(a) \begin{pmatrix} 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(c) \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(d) \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 & 4 \end{pmatrix}$$

### Penyelesaian

$$(a) \begin{pmatrix} 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} = (3 \times 4 + 5 \times 2) = (12 + 10) = (22)$$

$$(b) \begin{pmatrix} 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = (3 \times 1 + (-2) \times 4 \quad 3 \times 0 + (-2) \times 2) = (3 - 8 \quad 0 - 4) = (-5 \quad -4)$$

$$(c) \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 7 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \times 0 + 6 \times 7 & 1 \times 4 + 6 \times 2 \\ 5 \times 0 + (-3) \times 7 & 5 \times 4 + (-3) \times 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 + 42 & 4 + 12 \\ 0 - 21 & 20 - 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 42 & 16 \\ -21 & 14 \end{pmatrix}$$

$$(d) \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \times (-5) & 2 \times 4 \\ -1 \times (-5) & -1 \times 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 & 8 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$$

### CONTOH 11

Diberi  $\begin{pmatrix} 4 & x \\ y & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix}$ , cari nilai  $x$  dan nilai  $y$ .

**Penyelesaian**

$$\begin{pmatrix} 4 & x \\ y & -6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 12 + 2x \\ 3y - 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 12 + 2x &= -6 \\ 2x &= -6 - 12 \\ &= -18 \\ x &= -9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 3y - 12 &= 9 \\ 3y &= 9 + 12 \\ 3y &= 21 \\ y &= 7 \end{aligned}$$

**Matriks Identiti**

1. **Matriks identiti** ialah suatu matriks segiempat sama dengan keadaan semua unsur pepenjuru dari kiri ke kanan ialah 1 manakala unsur-unsur yang lain ialah 0.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ dan } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

merupakan matriks identiti.

2. Hasil darab matriks  $A$  dengan matriks identiti  $I$  ialah  $A$ , iaitu  $AI = IA = A$ .

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

**CONTOH 12**

Ungkapkan setiap yang berikut sebagai satu matriks tunggal.

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 5 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

**Penyelesaian**

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -6 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 7 & -3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b) &\begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 5 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 5 & -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -10 & 4 \\ 5 & -8 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

### Matriks Songsang

1. Diberi dua matriks,  $A$  dan  $B$ , jika  $AB = BA = I$ , maka  $B$  dikenali sebagai **matriks songsang** bagi  $A$  dan ditulis sebagai  $A^{-1}$ .

2. Jika  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ ,

$$\text{maka } A^{-1} = \frac{1}{ad - bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$$

dengan keadaan  $ad - bc \neq 0$ .

3.  $ad - bc$  dikenali sebagai **penentu** bagi matriks  $A$ .

4. Jika penentu  $ad - bc = 0$ , maka matriks songsang bagi  $A$  tidak wujud.

#### CONTOH 13

Cari matriks songsang bagi setiap matriks yang berikut.

(a)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$     (b)  $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

#### Penyelesaian

$$\begin{aligned} \text{(a) } A^{-1} &= \frac{1}{2 \times 4 - 1 \times 7} \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -7 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -7 & 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } B^{-1} &= \frac{1}{3 \times 4 - 5 \times 2} \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & -\frac{5}{2} \\ -1 & \frac{3}{2} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

#### CONTOH 14

Diberi matriks  $M = \begin{pmatrix} 6 & k \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$ , cari nilai  $k$  jika  $M$  tidak mempunyai matriks songsang.

#### Penyelesaian

$M$  tidak mempunyai matriks songsang.

Maka, penentu  $M = 0$

$$\begin{aligned} 6 \times (-5) - k \times (-3) &= 0 \\ -30 + 3k &= 0 \\ 3k &= 30 \\ k &= 10 \end{aligned}$$

#### CONTOH 15

Diberi  $\begin{pmatrix} 9 & -7 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ , cari matriks  $P$ .

#### Penyelesaian

Hasil darab  $\begin{pmatrix} 9 & -7 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$  dengan  $P$  ialah matriks identiti, maka  $P$  merupakan matriks songsang bagi  $\begin{pmatrix} 9 & -7 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ .

$$\begin{aligned} \therefore P &= \frac{1}{9 \times (-2) - (-7) \times 3} \begin{pmatrix} -2 & 7 \\ -3 & 9 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -2 & 7 \\ -3 & 9 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & \frac{7}{3} \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

### Penyelesaian Persamaan Linear Serentak dengan Kaedah Matriks

1. Secara umumnya, persamaan linear serentak boleh ditulis dalam bentuk persamaan matriks.

Persamaan linear serentak

$$ax + by = e$$

$$cx + dy = f$$

dalam bentuk persamaan matriks ialah

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$$

dengan keadaan  $a, b, c, d, e$  dan  $f$  ialah pemalar manakala  $x$  dan  $y$  ialah anu.

2. Kita boleh menyelesaikan persamaan linear serentak dengan menggunakan kaedah matriks songsang dalam bentuk persamaan matriks.

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} e \\ f \end{pmatrix}$$

#### CONTOH 16

Tulis persamaan linear serentak di bawah sebagai satu persamaan matriks.

$$2x - y = -3$$

$$4x + 5y = 29$$

Seterusnya, hitungkan nilai  $x$  dan nilai  $y$  dengan menggunakan kaedah matriks.

#### Penyelesaian

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 29 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{10 - (-4)} \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 \\ 29 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{14} \begin{pmatrix} -15 + 29 \\ 12 + 58 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{14} \begin{pmatrix} 14 \\ 70 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$\therefore x = 1$  dan  $y = 5$

#### CONTOH 17

Selesaikan persamaan linear serentak yang berikut dengan menggunakan kaedah matriks.

$$4x - 5y = 22$$

$$3x - 2y = 13$$

#### Penyelesaian

$$\begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 \\ 13 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{-8 - (-15)} \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 22 \\ 13 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{7} \begin{pmatrix} -44 + 65 \\ -66 + 52 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 21 \\ -14 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$\therefore x = 3$  dan  $y = -2$

#### Berhati-hati

Jangan tinggalkan jawapan dalam bentuk matriks.



1.  $(3 \ 7) - (-5 \ 4) + \frac{1}{2}(4 \ 12) =$   
 A  $(10 \ -3)$       C  $(10 \ 15)$   
 B  $(10 \ 9)$       D  $(12 \ 15)$

**Penyelesaian**

$$\begin{aligned} & (3 \ 7) - (-5 \ 4) + \frac{1}{2}(4 \ 12) \\ &= (3 + 5 + 2 \ 7 - 4 + 6) \\ &= (10 \ 9) \end{aligned}$$

Jawapan: **B**

2. Diberi  $(5 \ p) \begin{pmatrix} p \\ -2 \end{pmatrix} = (21)$ , cari nilai  $p$ .  
 A  $-7$       C  $3$   
 B  $-3$       D  $7$

**Penyelesaian**

$$\begin{aligned} & (5 \ p) \begin{pmatrix} p \\ -2 \end{pmatrix} = (21) \\ & 5p - 2p = 21 \\ & \therefore 3p = 21 \\ & p = 7 \end{aligned}$$

Jawapan: **D**

3.  $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} =$   
 A  $\begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}$       C  $\begin{pmatrix} -2 & 4 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$   
 B  $\begin{pmatrix} 10 \\ -6 \end{pmatrix}$       D  $\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$

**Penyelesaian**

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 + 8 \\ -1 + 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Jawapan: **A**

4. Diberi  $N$  ialah matriks  $2 \times 2$  dengan keadaan  $N \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- (a) Cari matriks  $N$ .  
 (b) Tulis persamaan linear serentak di bawah sebagai satu persamaan matriks.

$$2x - 4y = -6$$

$$3x - 5y = 8$$

Seterusnya, hitung nilai  $x$  dan nilai  $y$  dengan menggunakan kaedah matriks.

**Penyelesaian**

(a)  $N =$  matriks songsang kepada  $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{-10 - (-12)} \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -\frac{5}{2} & 2 \\ -\frac{3}{2} & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

(b)  $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -6 \\ 8 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 30 + 32 \\ 18 + 16 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 31 \\ 17 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$\therefore x = 31$  dan  $y = 17$

5. Diberi persamaan matriks  
 $2(6 \ p) + q(1 \ 3) = (15 \ 13)$ , cari  
 nilai  $p - q$ .

A -1                    C 4  
 B 1                     D 5

**Penyelesaian**

$$2(6 \ p) + q(1 \ 3) = (15 \ 13)$$

$$(12 + q \ 2p + 3q) = (15 \ 13)$$

$$\Rightarrow 12 + q = 15$$

$$q = 15 - 12$$

$$= 3$$

$$\Rightarrow 2p + 3q = 13$$

$$2p = 13 - 3(3)$$

$$= 4$$

$$p = 2$$

$$\therefore p - q = 2 - 3$$

$$= -1$$

Jawapan: A

6. (a) Diberi matriks songsang bagi  
 $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$  ialah  $m \begin{pmatrix} 4 & p \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ , cari  
 nilai  $m$  dan nilai  $p$ .

- (b) Dengan menggunakan kaedah  
 matriks, hitung nilai  $x$  dan  $y$   
 yang memuaskan persamaan  
 linear serentak yang berikut.

$$2x + 6y = 3$$

$$x + 4y = -4$$

**Penyelesaian**

- (a) Matriks songsang bagi  $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

$$= \frac{1}{8-6} \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow m \begin{pmatrix} 4 & p \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\therefore m = \frac{1}{2} \text{ dan } p = -6$$

$$(b) \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -6 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 12 + 24 \\ -3 - 8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 18 \\ -\frac{11}{2} \end{pmatrix}$$

$$\therefore x = 18 \text{ dan } y = -5\frac{1}{2}$$

7.  $2 \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} =$
- A  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$             C  $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 6 & -6 \end{pmatrix}$   
 B  $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$             D  $\begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 10 & -3 \end{pmatrix}$

**Penyelesaian**

$$2 \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 14 \\ 10 & -6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 6 & -6 \end{pmatrix}$$

Jawapan: C

8. Diberi persamaan matriks

$$(m \ 4) \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ m & -1 \end{pmatrix} = (28 \ 16), \text{ cari}$$

nilai  $m$ .

A 2                    C 4  
 B 3                    D 5

**Pemfalsahan**

$$(m \ 4) \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ m & -1 \end{pmatrix} = (28 \ 16)$$

$$(3m + 4m \ 5m - 4) = (28 \ 16)$$

$$\Rightarrow 7m = 28$$

$$m = 4$$

Jawapan: C

9. Diberi

matriks  $M = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  dan

matriks  $N = h \begin{pmatrix} 1 & k \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$  di mana

$$MN = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Cari nilai  $h$  dan nilai  $k$ .

(b) Dengan menggunakan kaedah matriks, selesaikan untuk nilai  $x$  dan nilai  $y$  yang memuaskan persamaan linear serentak berikut.

$$3x - y = 5$$

$$2x + y = 10$$

**Pemfalsahan**

$$(a) M^{-1} = \frac{1}{3 - (-2)} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= N$$

$$\Rightarrow h \begin{pmatrix} 1 & k \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\therefore h = \frac{1}{5} \text{ dan } k = 1$$

$$(b) \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 5 + 10 \\ -10 + 30 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\therefore x = 3 \text{ dan } y = 4$$