

Ubahan (Tingkatan 5)

Ubahan Langsung

1. Jika pemboleh ubah y berubah secara **langsung** dengan pemboleh ubah x , maka $\frac{y}{x}$ ialah satu pemalar, iaitu $\frac{y}{x} = k$.
2. Simbol bagi 'y berubah secara langsung dengan x' ialah $y \propto x$.
3. **Persamaan** bagi $y \propto x$ ialah $y = kx$, dengan keadaan k ialah pemalar.

CONTOH 1

Tulis setiap pernyataan yang berikut dengan menggunakan simbol \propto .

- (a) Harga durian, RMy, berubah secara langsung dengan jisimnya, m kg.
- (b) Isi padu sfera, I , berubah secara langsung dengan kuasa tiga jejariannya, j .

Penyelesaian

- (a) $y \propto m$
- (b) $I \propto j^3$

CONTOH 2

x (kg)	0.5	2	4	9
y (RM)	0.75	3	6	13.5

Jadual menunjukkan hubungan di antara jisim tepung, x , dan harganya, y , yang dijual di sebuah kedai. Tentukan sama ada y berubah secara langsung dengan x .

Penyelesaian

x (kg)	0.5	2	4	9
y (RM)	0.75	3	6	13.5
$\frac{y}{x}$	1.5	1.5	1.5	1.5

Nisbah $\frac{y}{x}$ ialah satu pemalar, maka y berubah secara langsung dengan x .

CONTOH 3

Diberi p berubah secara langsung dengan q dan $p = 18$ apabila $q = 6$, cari nilai p apabila $q = 5$.

Penyelesaian

$$p \propto q \Rightarrow p = kq$$

Apabila $q = 6$, $p = 18$.

$$18 = k \times 6$$

$$k = \frac{18}{6}$$

$$= 3$$

$$\therefore p = 3q$$

Apabila $q = 5$, $p = 3(5)$
 $= 15$

KAEDAH ALTERNATIF

Dengan menggunakan kaedah kadaran:

$$\frac{p_1}{q_1} = \frac{p_2}{q_2}$$

Biar $p_1 = 18$, $q_1 = 6$ dan $q_2 = 5$.

$$\text{Maka } \frac{18}{6} = \frac{p_2}{5}$$

$$p_2 = 3 \times 5$$

$$= 15$$

CONTOH 4

Luas, L , bagi sebuah bulatan berubah secara langsung dengan kuasa dua jejariannya, j . Diberi luas bulatan ialah 154 cm^2 apabila jejariannya ialah 7 cm , cari
(a) persamaan bagi L dalam sebutan j ,
(b) nilai j apabila $L = 346.5 \text{ cm}^2$.

Penyelesaian

(a) $L \propto j^2 \Rightarrow L = kj^2$
 Apabila $j = 7$, $L = 154$.
 $154 = k \times 7^2$
 $k = \frac{154}{49}$
 $= \frac{22}{7}$
 $\therefore L = \frac{22}{7} j^2$

(b) Apabila $L = 346.5$,
 $346.5 = \frac{22}{7} j^2$
 $j^2 = \frac{7 \times 346.5}{22}$
 $= 110.25$
 $j = 10.5 \text{ cm}$

Ubahan Songsang

- Jika pemboleh ubah y berubah secara **songsang** dengan pemboleh ubah x , maka xy ialah satu pemalar, iaitu $xy = k$.
- Simbol bagi 'y berubah secara songsang dengan x' ialah $y \propto \frac{1}{x}$.

- Persamaan** bagi $y \propto \frac{1}{x}$ ialah $y = \frac{k}{x}$, dengan keadaan k ialah pemalar.

CONTOH 5

Tulis setiap pernyataan yang berikut dengan menggunakan simbol \propto .

- y berubah secara songsang dengan t .
- V berubah secara songsang dengan g^2 .

Penyelesaian

(a) $y \propto \frac{1}{t}$ (b) $V \propto \frac{1}{g^2}$

CONTOH 6

Diberi R berubah secara songsang dengan m dan $R = 5$ apabila $m = 4$, cari nilai R apabila $m = 10$.

Penyelesaian

$$R \propto \frac{1}{m} \Rightarrow R = \frac{k}{m}$$

Apabila $m = 4$, $R = 5$.

$$5 = \frac{k}{4}$$

$$k = 5 \times 4$$

$$= 20$$

$$\therefore R = \frac{20}{m}$$

Apabila $m = 10$, $R = \frac{20}{10}$
 $= 2$

KAEDAH ALTERNATIF

Dengan menggunakan kaedah kadaran:

$$R_1 m_1 = R_2 m_2$$

Biar $R_1 = 5$, $m_1 = 4$ dan $m_2 = 10$.

$$\text{Maka } 5 \times 4 = R_2 \times 10$$

$$R_2 = \frac{20}{10}$$

$$= 2$$

CONTOH 7

Diberi V berubah secara songsang dengan punca kuasa dua x dan $V = 6$ apabila $x = 16$.

- (a) Bentukkan satu persamaan yang mengungkapkan V dalam sebutan x .
 (b) Cari nilai V apabila $x = 9$.
 (c) Cari nilai x apabila $V = 36$.

Pemyelesaian

$$(a) V \propto \frac{1}{\sqrt{x}} \Rightarrow V = \frac{k}{\sqrt{x}}$$

Apabila $x = 16$, $V = 6$.

$$6 = \frac{k}{\sqrt{16}}$$

$$6 = \frac{k}{4}$$

$$k = 6 \times 4$$

$$= 24$$

$$\therefore V = \frac{24}{\sqrt{x}}$$

$$(b) \text{ Apabila } x = 9, V = \frac{24}{\sqrt{9}}$$

$$= \frac{24}{3}$$

$$= 8$$

$$(c) \text{ Apabila } V = 36,$$

$$36 = \frac{24}{\sqrt{x}}$$

$$\sqrt{x} = \frac{24}{36}$$

$$= \frac{2}{3}$$

$$x = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$= \frac{4}{9}$$

Ubahan Tercantum

- Ubahan tercantum** ialah suatu hubungan di antara tiga pemboleh ubah atau lebih dengan keadaan satu pemboleh ubah berubah secara langsung dan/atau songsang dengan pemboleh ubah-pemboleh ubah yang lain.
- Simbol bagi 'y' berubah secara langsung dengan x dan z ialah $y \propto xz$ dan persamaannya ialah $y = kxz$.
- Simbol bagi 'y' berubah secara songsang dengan p dan q ialah $y \propto \frac{1}{pq}$ dan persamaannya ialah $y = \frac{k}{pq}$.
- Simbol bagi 'y' berubah secara langsung dengan u dan secara songsang dengan v ialah $y \propto \frac{u}{v}$ dan persamaannya ialah $y = \frac{ku}{v}$.

CONTOH 8

Tulis setiap pernyataan yang berikut dengan menggunakan simbol \propto .

- (a) y berubah secara langsung dengan x dan \sqrt{z} .
 (b) g berubah secara songsang dengan m^3 dan n .
 (c) p berubah secara langsung dengan q^2 dan secara songsang dengan r .

Penyelesaian

- (a) $y \propto x\sqrt{z}$
 (b) $g \propto \frac{1}{m^3n}$
 (c) $p \propto \frac{q^2}{r}$

CONTOH 9

Diberi y berubah secara langsung dengan x dan secara songsang dengan z , $y = 6$ apabila $x = 3$ dan $z = 4$.

- (a) Cari nilai y apabila $x = 15$ dan $z = 5$.
 (b) Cari nilai z apabila $x = 10$ dan $y = 20$.

Penyelesaian

$$y \propto \frac{x}{z} \Rightarrow y = \frac{kx}{z}$$

$y = 6$ apabila $x = 3$ dan $z = 4$.

$$6 = \frac{k \times 3}{4}$$

$$k = \frac{6 \times 4}{3} \\ = 8$$

$$\therefore y = \frac{8x}{z}$$

- (a) Apabila $x = 15$ dan $z = 5$,

$$y = \frac{8 \times 15}{5} \\ = 24$$

- (b) Apabila $x = 10$ dan $y = 20$,

$$20 = \frac{8 \times 10}{z} \\ z = \frac{8 \times 10}{20} \\ = 4$$

CONTOH 10

V	T	R
2	4	6
8	p	3

Jadual menunjukkan nilai-nilai bagi pemboleh ubah V , T dan R . Diberi

$$V \propto \frac{T}{R^2},$$

- (a) ungkapkan V dalam sebutan T dan R ,
 (b) cari nilai p .

Penyelesaian

$$(a) V \propto \frac{T}{R^2} \Rightarrow V = \frac{kT}{R^2}$$

$V = 2$ apabila $T = 4$ dan $R = 6$.

$$2 = \frac{k \times 4}{6^2}$$

$$k = \frac{2 \times 36}{4} \\ = 18$$

$$\therefore V = \frac{18T}{R^2}$$

- (b) $T = p$ apabila $V = 8$ dan $R = 3$.

$$8 = \frac{18p}{3^2}$$

$$p = \frac{8 \times 9}{18} \\ = 4$$

1. Diberi v berubah secara langsung dengan t^3 dan $v = 64$ apabila $t = 2$, ungkapkan v dalam sebutan t .
- A $v = 2t^3$ C $v = 6t^3$
B $v = 4t^3$ D $v = 8t^3$

Penyelesaian

$$\begin{aligned}v &\propto t^3 \Rightarrow v = kt^3 \\64 &= k \times 2^3 \\k &= 8 \\ \therefore v &= 8t^3\end{aligned}$$

Jawapan: D

2.

p	4	10
q	9	a
r	12	8

Jadual menunjukkan beberapa nilai bagi pemboleh ubah p , q dan r yang memuaskan hubungan

$$p \propto \frac{\sqrt{q}}{r}. \text{ Hitung nilai } a.$$

- A 5 C 16
B 9 D 25

Penyelesaian

$$\begin{aligned}p &\propto \frac{\sqrt{q}}{r} \Rightarrow p = \frac{k\sqrt{q}}{r} \\p = 4 &\text{ apabila } q = 9 \text{ dan } r = 12. \\4 &= \frac{k \times \sqrt{9}}{12} \\k &= 16 \\ \therefore p &= \frac{16\sqrt{q}}{r} \\p = 10 &\text{ apabila } q = a \text{ dan } r = 8. \\10 &= \frac{16 \times \sqrt{a}}{8}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{a} &= 5 \\a &= 25\end{aligned}$$

Jawapan: D

3. V berubah secara langsung dengan punca kuasa tiga T . Hubungan yang mengaitkan V dan T ialah

- A $V \propto \frac{1}{T^3}$ C $V \propto \frac{1}{T^{\frac{1}{3}}}$
B $V \propto T^{\frac{1}{3}}$ D $V \propto T^3$

Penyelesaian

$$V \propto \sqrt[3]{T} \Rightarrow V \propto T^{\frac{1}{3}}$$

Jawapan: B

4.

g	h	n
18	16	2
27	9	f

Jadual menunjukkan hubungan di antara pemboleh ubah-pemboleh

ubah g , h dan n . Diberi $g \propto \frac{\sqrt{h}}{n}$, hitung nilai f .

- A 1 C 3
B 2 D 4

Penyelesaian

$$\begin{aligned}g &\propto \frac{\sqrt{h}}{n} \Rightarrow g = \frac{k\sqrt{h}}{n} \\g = 18 &\text{ apabila } h = 16 \text{ dan } n = 2. \\18 &= \frac{k \times \sqrt{16}}{2} \\k &= 9 \\ \therefore g &= \frac{9\sqrt{h}}{n}\end{aligned}$$

$g = 27$ apabila $h = 9$ dan $n = f$.

$$27 = \frac{9 \times \sqrt{9}}{f}$$

$$f = \frac{9 \times 3}{27}$$

$$= 1$$

Jawapan: A

5.

q	2	5
p	25	4

Jadual menunjukkan beberapa nilai bagi pemboleh ubah p dan q dengan keadaan p berubah secara songsang dengan kuasa dua q . Cari hubungan yang mengaitkan p dan q .

A $p = \frac{100}{q^2}$ C $p = 25\sqrt{q}$

B $p = \frac{100}{\sqrt{q}}$ D $p = 10q^2$

Penyelesaian

$$p \propto \frac{1}{q^2} \Rightarrow p = \frac{k}{q^2}$$

$p = 25$ apabila $q = 2$.

$$25 = \frac{k}{2^2}$$

$$k = 25 \times 4$$

$$= 100$$

$$\therefore p = \frac{100}{q^2}$$

Jawapan: A

6. Diberi y berubah secara langsung dengan punca kuasa tiga x dan $y = 12$ apabila $x = 27$, cari nilai x apabila $y = 16$.

A 8 C 24

B 16 D 64

Penyelesaian

$$y \propto \sqrt[3]{x} \Rightarrow y = k\sqrt[3]{x}$$

$y = 12$ apabila $x = 27$.

$$12 = k \times \sqrt[3]{27}$$

$$k = 4$$

$$\therefore y = 4\sqrt[3]{x}$$

Apabila $y = 16$,

$$16 = 4\sqrt[3]{x}$$

$$\sqrt[3]{x} = 4$$

$$x = 64$$

Jawapan: D

7.

u	v	w
2	6	9
p	2	3

Jadual menunjukkan beberapa nilai bagi pemboleh ubah u , v dan w dengan keadaan u berubah secara langsung dengan v dan secara songsang dengan kuasa dua w . Hitung nilai p .

A 5 C 8

B 6 D 10

Penyelesaian

$$u \propto \frac{v}{w^2} \Rightarrow u = \frac{kv}{w^2}$$

$u = 2$ apabila $v = 6$ dan $w = 9$.

$$2 = \frac{k \times 6}{9^2}$$

$$k = 27$$

$$\therefore u = \frac{27v}{w^2}$$

$u = p$ apabila $v = 2$ dan $w = 3$.

$$p = \frac{27 \times 2}{3^2}$$

$$= 6$$

Jawapan: B