



KEMENTERIAN PENDIDIKAN
Jabatan Pendidikan Negeri Terengganu

**MODUL
PERKEMBANGAN PEMBELAJARAN
SPM 2023**

MPP 3

**MATEMATIK TAMBAHAN
KERTAS 2**

Nama :

Kelas :



DISEDIAKAN OLEH PANEL AKRAM NEGERI TERENGGANU

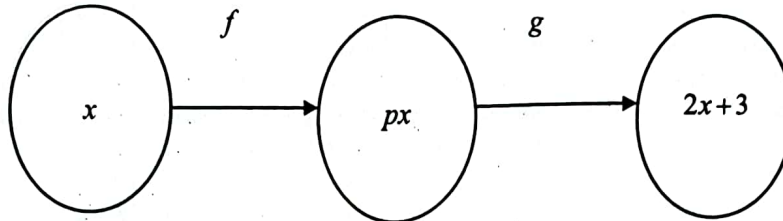
Tidak dibenarkan menyunting atau mencetak mana-mana bahagian dalam modul ini tanpa kebenaran Pengarah Pendidikan Negeri Terengganu



Bahagian A
[50 markah]

Jawab semua soalan

- 1 Rajah 1 menunjukkan pemetaan bagi dua fungsi.
Diagram 1 shows the mapping for the two functions.



Rajah 1 / Diagram 1

Diberi $g^{-1}(x) = x - 3$, cari

Given $g^{-1}(x) = x - 3$, find

- (a) nilai p , [3 markah]
the value of p , [3 marks]
- (b) (i) $f^2(x)$, [2 markah]
[2 marks]
- (ii) fungsi $f^n(x)$ dalam sebutan n dan x . [2 markah]
the function $f^n(x)$ in terms of n and x . [2 marks]

Jawapan / Answer:

SULIT

- 2 Bagi permainan beregu badminton, 2 pemain dipilih daripada m bilangan murid yang hadir semasa sesi pemilihan. Jika bilangan cara pasangan boleh dipilih ialah 15, cari nilai bagi m . [3 markah]

For the badminton doubles game, 2 players are selected from m number of students attend the selection session. If the number of ways a pair can be chosen is 15, find the value of m . [3 marks]

Jawapan / Answer:

3 Diberi bahawa $\sqrt{a+b\sqrt{2}} = \frac{7}{3-\sqrt{2}}$, dimana a dan b ialah pemalar.

It is given that $\sqrt{a+b\sqrt{2}} = \frac{7}{3-\sqrt{2}}$, where a and b are constants.

(a) Cari nilai a dan b .

[4 markah]

Find the value of a and of b .

[4 marks]

(b) Seterusnya, selesaikan $e^{2\ln a} + e^{2\ln b}$.

[2 markah]

Hence, solve $e^{2\ln a} + e^{2\ln b}$.

[2 marks]

Jawapan / Answer:

SULIT

3472/2

4 (a) (i) Buktikan $\tan \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$. [2 markah]

Prove $\tan \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$ [2 marks]

(ii) Seterusnya, selesaikan $\tan \frac{x}{2} + \sin x = 0$ bagi $0 \leq x \leq 2\pi$. [3 markah]

Hence, solve $\tan \frac{x}{2} + \sin x = 0$ for $0 \leq x \leq 2\pi$. [3 marks]

(b) Diberi $\sin \theta = m$ bagi $0 \leq \theta \leq \pi$, ungkapkan $\sin^2 \frac{\theta}{2}$ dalam sebutan m . [3 markah]

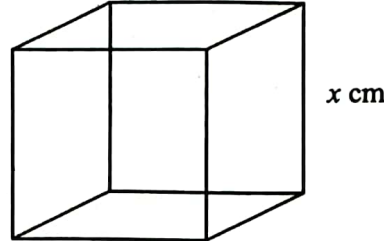
It is given $\sin \theta = m$ for $0 \leq \theta \leq \pi$, express $\sin^2 \frac{\theta}{2}$ in terms of m . [3 marks]

Jawapan / Answer:

- 5 Rajah 2(a) menunjukkan segulung dawai dan Rajah 2(b) menunjukkan sebuah kubus.
Diagram 2(a) shows a roll of wire and diagram 2(b) shows a cube.



Rajah 2(a) / Diagram 2(a)



Rajah 2(b) / Diagram 2(b)

Segulung dawai itu dipotong kepada 30 bahagian dengan ukurannya membentuk suatu janting aritmetik. Diberi jumlah panjang bagi tiga bahagian terpendek ialah 180 cm dan panjang bagi bahagian terpanjang ialah 396 cm. Lutfi ditugaskan untuk memotong dawai itu bermula dengan potongan terpendek.

A roll of wire is cut into 30 sections with lengths forming an arithmetic progression. It is given that the sum of the lengths of the three shortest sections is 180 cm and the length of the longest section is 396 cm. Lutfi is assigned to cut the wire started with the shortest section.

- (a) Cari panjang dawai itu. [5 markah]
Find the length of the wire. [5 marks]
- (b) Lutfi telah menyelesaikan $\frac{2}{3}$ daripada tugasnya. Hitung jumlah panjang, dalam cm, baki dawai yang belum dipotong. [2 markah]
Lutfi has completed $\frac{2}{3}$ of his task. Calculate the total length, in cm, of the remaining uncut wire. [2 marks]
- (c) Jika bahagian kedua terpanjang bagi dawai itu dibengkokkan untuk membentuk kubus itu, cari nilai bagi x . [3 markah]
If the second longest section of the wire is bent to form the cube, find the value of x . [3 marks]

SULIT

11

3472/2

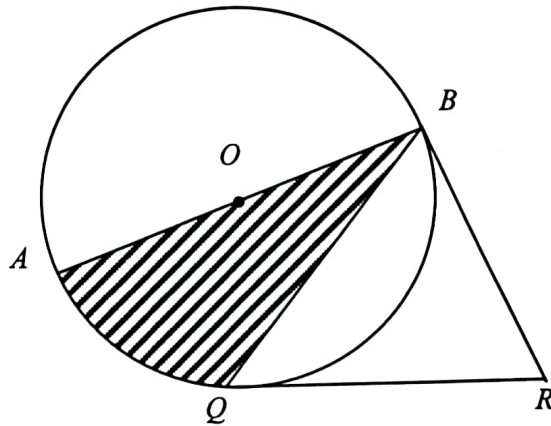
Jawapan / Answer:

3472/2 @ 2023 MPP3 (PPC)

[Lihat halaman sebelah
SULIT

- 6 Rajah 3 menunjukkan sebuah bulatan berpusat O dengan jejari 13 cm. QR dan BR ialah tangen kepada bulatan itu masing-masing pada titik Q dan B . Diberi bahawa panjang $BQ = 24$ cm.

Diagram 3 shows a circle with centre O and radius 13 cm. QR and BR are tangents to the circle at points Q and B respectively. It is given the length of $BQ = 24$ cm.



Rajah 3

Diagram 3

Dengan menggunakan $\pi = 3.142$, cari

By using $\pi = 3.142$, find

- | | | |
|-----|---|-------------------------|
| (a) | sudut BOQ , dalam radian,
<i>the angle of BOQ, in radians,</i> | [2 markah]
[2 marks] |
| (b) | perimeter, dalam cm, keseluruhan rajah,
<i>the perimeter, in cm, of the whole diagram,</i> | [3 markah]
[3 marks] |
| (c) | luas, dalam cm^2 , rantau berlorek.
<i>the area, in cm^2, of the shaded region.</i> | [3 markah]
[3 marks] |

Jawapan / Answer:

- 7 Diberi bahawa PQR ialah sebuah segi tiga. Titik $T(3,1)$ terletak pada garis QR , koordinat titik P ialah $(-4,1)$, $\overline{PR}=6\mathbf{i}+3\mathbf{j}$ dan $\overline{QR}=-2\mathbf{i}+6\mathbf{j}$.

It is given that PQR is a triangle. Point $T(3,1)$ lies on the line QR , the coordinates of P is $(-4,1)$, $\overline{PR}=6\mathbf{i}+3\mathbf{j}$ and $\overline{QR}=-2\mathbf{i}+6\mathbf{j}$.

- (a) Menggunakan hukum segi tiga vektor, tunjukkan bahawa titik T ialah titik tengah bagi garis QR . [6 markah]
Using the vector's triangle law, show that point T is the midpoint for the line QR . [6 marks]
- (b) Tentukan vektor unit dalam arah \overline{PR} . [2 markah]
Determine the unit vector in the direction of \overline{PR} . [2 marks]

Jawapan / Answer:

SULIT

3472/2

Jawapan / Answer:

Bahagian B
[30 markah]

Bahagian ini mengandungi empat soalan. Jawab tiga soalan

- 8 Jadual 1 menunjukkan nilai-nilai bagi dua pemboleh ubah, x dan y , yang diperolehi daripada suatu eksperimen. Pemboleh ubah x dan y dihubungkan oleh persamaan

$$y = \frac{p^{x+1}}{q}, \text{ dengan keadaan } p \text{ dan } q \text{ ialah pemalar.}$$

Table 1 shows the values of two variables, x and y , obtained from an experiment. The variables x and y are related by the equation $y = \frac{p^{x+1}}{q}$, where p and q are constants.

x	0.5	1.0	1.5	1.95	2.5	3.0
y	2.3	3.4	5.01	6.61	10.5	15.1

Jadual 1 / Table 1

- (a) Plotkan $\log_{10} y$ melawan $(x+1)$, menggunakan skala 2 cm kepada 0.5 unit pada paksi- $(x+1)$ dan 2 cm kepada 0.2 unit pada paksi- $\log_{10} y$.

Seterusnya, lukis garis lurus penyuaian terbaik. [5 markah]

Plot the graph $\log_{10} y$ against $(x+1)$, using a scale of 2 cm to 0.5 unit on the $(x+1)$ -axis and 2 cm to 0.2 unit on the $\log_{10} y$ -axis.

Hence, draw the line of best fit. [5 marks]

- (b) Dengan menggunakan graf di 8(a),

By using the graph in 8(a),

- (i) cari nilai y apabila $x = 0.75$,

find the value of y when $x = 0.75$,

- (ii) tulis $y = \frac{p^{x+1}}{q}$ dalam bentuk linear, seterusnya cari nilai p dan q .

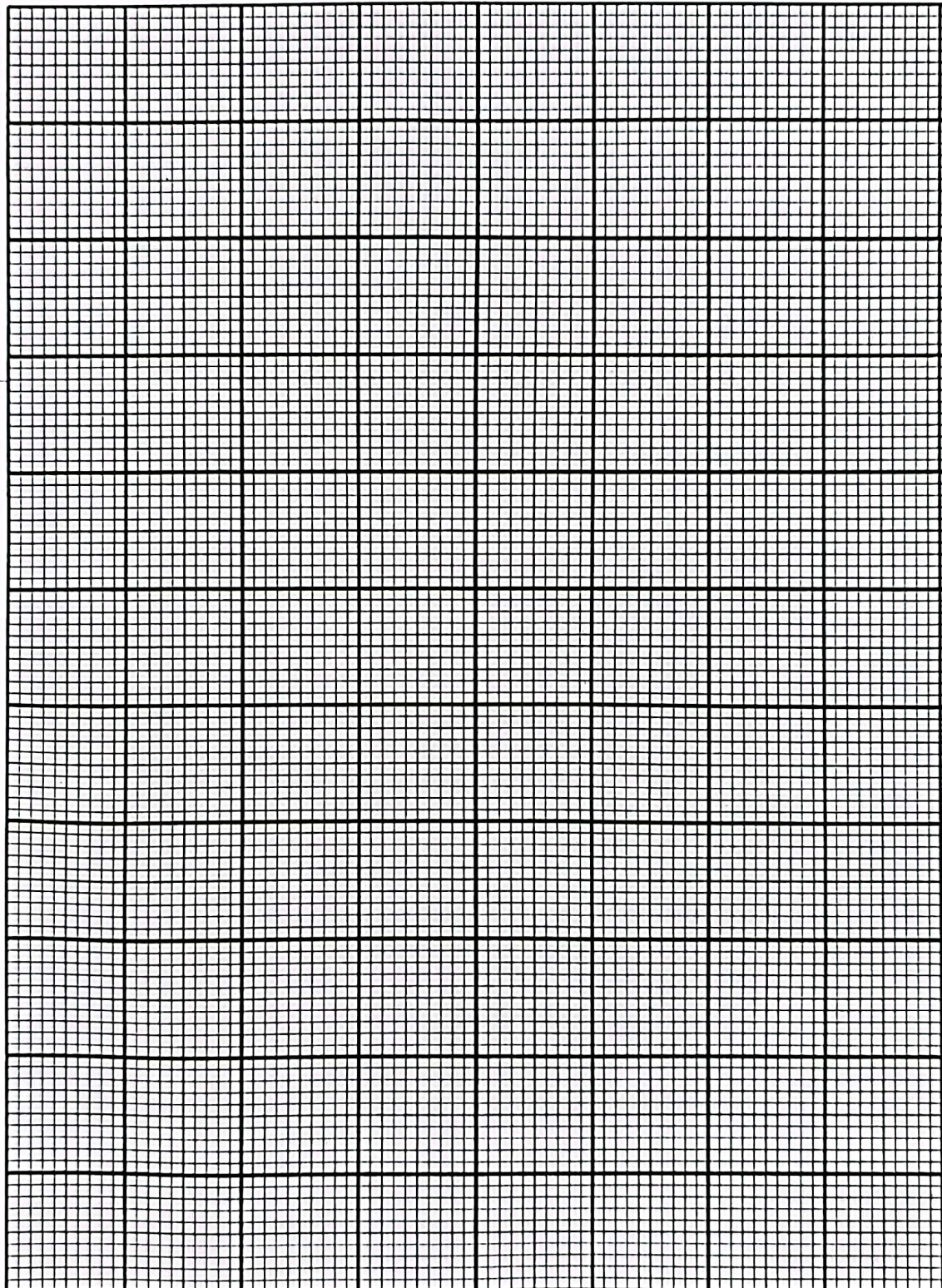
write $y = \frac{p^{x+1}}{q}$ in the linear form, hence find the values of p and of q .

[5 markah]

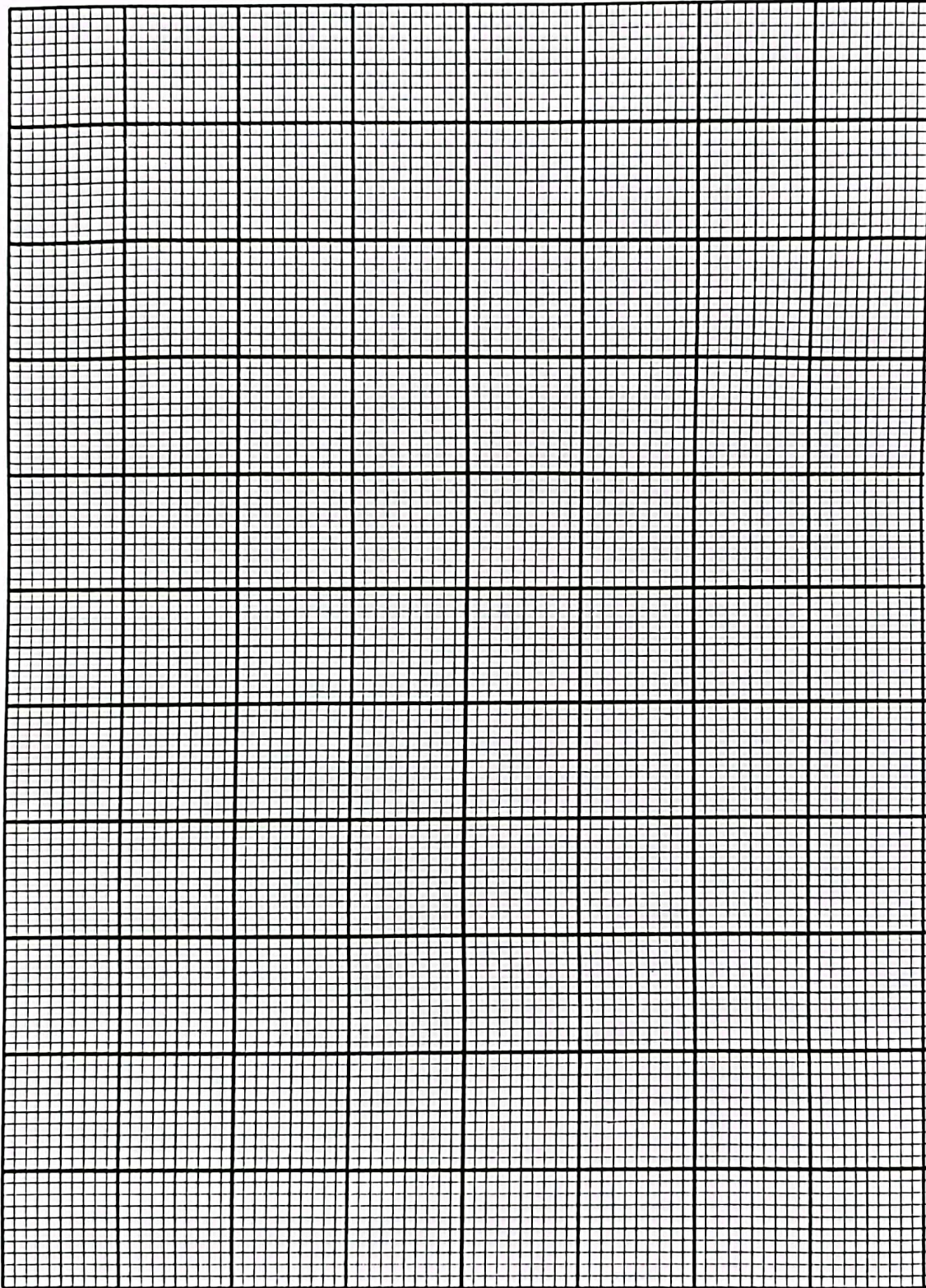
[5 marks]

Jawapan / Answer:

Kertas graf untuk soalan 8

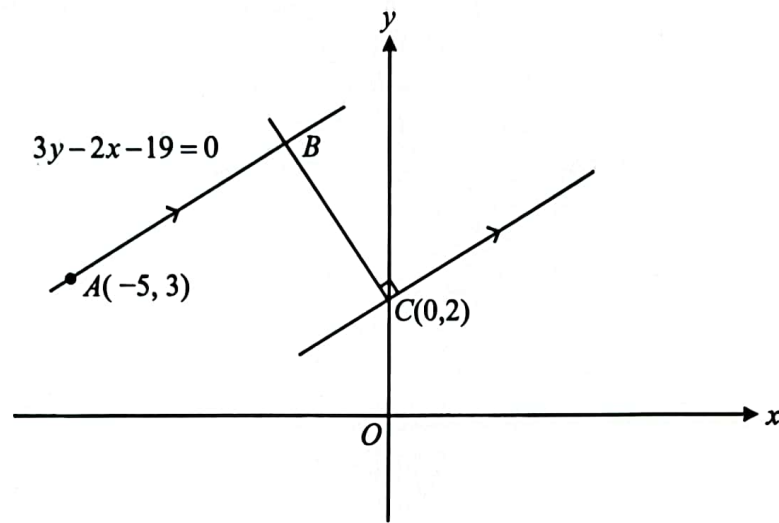


Kertas graf tambahan



- 9 Rajah 4 menunjukkan garis lurus AB bersilang dengan garis lurus CB pada titik B .

Diagram 4 shows the straight line AB intersects the straight line CB at point B .



Rajah 4 / Diagram 4

Diberi persamaan garis lurus AB ialah $3y - 2x - 19 = 0$.

It is given that the equation of the straight line AB is $3y - 2x - 19 = 0$.

Cari / Find

- (a) (i) persamaan garis lurus CB ,
the equation of the straight line CB ,
(ii) koordinat B .
the coordinates of B .

[5 markah]

[5 marks]

- (b) Garis lurus CB dipanjangkan ke titik $D\left(-5, \frac{19}{2}\right)$ dengan keadaan

$CB : CD = m : n$. Cari nisbah $m : n$.

[3 markah]

The straight line CB is extended to point $D\left(-5, \frac{19}{2}\right)$ such that

$CB : CD = m : n$. Find the ratio of $m : n$.

[3 marks]

- (c) Satu titik P bergerak dengan keadaan jaraknya dari titik B sentiasa 3 unit. Cari persamaan lokus bagi titik P .
A point P moves such that its distance from point B is always 3 units. Find the equation of the locus of point P .

[2 markah]

[2 marks]

SULIT

21

3472/2

Jawapan / Answer:

3472/2 @ 2023 MPP3 (PPC)

[Lihat halaman sebelah
SULIT

- 10 (a) Dalam lambungan sebiju dadu adil, lambungan yang menghasilkan nombor gandaan 3 dianggap sebagai kejayaan. Cari bilangan lambungan minimum yang perlu dilakukan supaya kebarangkalian mendapat sekurang-kurangnya satu kejayaan adalah lebih besar daripada 0.9. [5 markah]

In a toss of a fair dice, obtaining a number which is a multiple of 3 is consider as a success. Find the minimum number of tosses required so that the probability of obtaining at least one success is greater than 0.9.

[5 marks]

Jawapan / Answer:

- (b) Jisim sekampit tepung, dalam kg, bertabur secara normal dengan min, μ kg dan sisihan piawai, σ kg. Jika 97.5% daripada kampakit tepung itu mempunyai jisim kurang daripada 50.1 kg dan 88.49% daripadanya mempunyai jisim lebih daripada 34.3 kg, cari nilai bagi μ dan nilai σ .

[5 markah]

The mass of a bag of flour, in kg, is normally distributed with a mean of μ kg and a standard deviation of σ kg. If 97.5% of the bags of flour have masses less than 50.1 kg and 88.49% have masses more than 34.3 kg, find the value of μ and of σ .

[5 marks]

Jawapan / Answer:

11 Diberi bahawa persamaan suatu lengkung ialah $y = x^2(x - 2)$.

It is given that the equation of a curve is $y = x^2(x - 2)$.

(a) Cari

Find

(i) fungsi kecerunan bagi lengkung itu,

the gradient function of the curve,

(ii) koordinat titik pusingan bagi lengkung itu,

the coordinates of the turning points of the curve,

Seterusnya, tentukan sama ada setiap titik pusingan adalah titik maksimum atau minimum.

Hence, determine whether each of the turning points is a maximum or minimum point.

[6 markah]

[6 marks]

Jawapan / Answer:

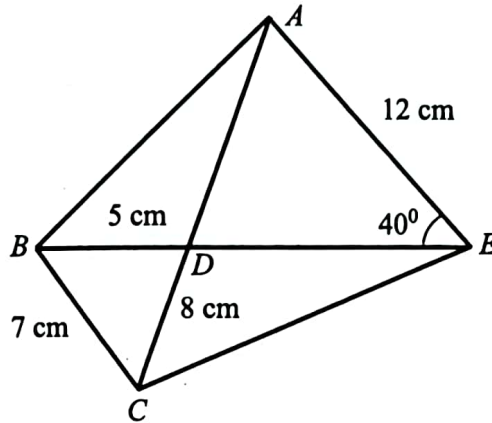
- (b) Jika tangen kepada lengkung pada titik $A(2, 0)$ dan tangen kepada lengkung pada titik P adalah selari, cari koordinat titik P . [4 markah]
If the tangents to the curve at point $A(2, 0)$ and a point P are parallel, find the coordinates of point P . [4 marks]

Jawapan / Answer:

Bahagian C
[20 markah]

Bahagian ini mengandungi empat soalan.
Jawab dua soalan

- 12 Dalam Rajah 5, $BD = 5$ cm, $BC = 7$ cm, $CD = 8$ cm, $AE = 12$ cm dan $\angle AEB = 40^\circ$.
In Diagram 5, $BD = 5$ cm, $BC = 7$ cm, $CD = 8$ cm, $AE = 12$ cm and $\angle AEB = 40^\circ$.



Rajah 5
Diagram 5

- (a) Hitung
Calculate
- $\angle BDC$
 - panjang, dalam cm, AD ,
the length, in cm, of AD ,
 - luas, dalam cm^2 , segitiga ABC .
the area, in cm^2 , of triangle ABC .

[7 markah]

[7 marks]

- (b) Titik D' terletak pada BE dengan keadaan $AD' = AD$.

Point D' lies on BE such that $AD' = AD$.

- Lakar $\triangle AD'E$.
Sketch $\triangle AD'E$.
- Hitung luas, dalam cm^2 , $\triangle AD'E$.
Calculate the area, in cm^2 , $\triangle AD'E$.

[3 markah]

[3 marks]

SULIT

27

3472/2

Jawapan / Answer:

3472/2 @ 2023 MPP3 (PPC)

[Lihat halaman sebelah
SULIT

- 13 Jadual 2 menunjukkan indeks harga pada tahun 2021 berasaskan tahun 2015 bagi empat bahan, *A*, *B*, *C* dan *D* yang digunakan dalam penghasilan sepasang kasut serta pemberat masing-masing.

Table 2 shows the price indices in the year 2021 based on the year 2015 of four items, A, B, C and D used in the production of a pair of shoes and their weightages.

Bahan <i>Material</i>	Indeks harga pada tahun 2021 (2015 = 100) <i>Price index in the year 2021</i> (2015 = 100)	Pemberat <i>Weightage</i>
<i>A</i>	140	$2p$
<i>B</i>	135	3
<i>C</i>	120	1
<i>D</i>	130	p

Jadual 2

Table 2

- (a) Diberi bahawa harga bahan *A* ialah RM3.00 pada tahun 2015, hitung harganya pada tahun 2021. [2 markah]
Given that the price of material A is RM3.00 in the year 2015, calculate its price in the year 2021. [2 marks]
- (b) Diberi bahawa indeks gubahan pada tahun 2021 berasaskan tahun 2015 ialah 134.5, cari nilai p . [3 markah]
Given that the composite index for the year 2021 based on the year 2015 is 134.5, find the value of p . [3 marks]
- (c) Cari harga sepasang kasut pada tahun 2015 jika harganya yang sepadan pada tahun 2021 ialah RM25. [2 markah]
Find the price of a pair of shoes in the year 2015 if its corresponding price in the year 2021 is RM25. [2 marks]

- (d) Diberi bahawa harga bahan D dianggarkan meningkat sebanyak 25% dari tahun 2021 ke tahun 2023, manakala harga bagi bahan lain tidak berubah.

Hitung indeks gubahan sepasang kasut itu untuk tahun 2023 berasaskan tahun 2015. [3 markah]

It is given that the price of material D is estimated to increase by 25% from the year 2021 to the year 2023, while the other materials remain unchanged.

Calculate the composite index of a pair of shoes for the year 2023 based on the year 2015. [3 marks]

Jawapan / Answer:

Jawapan / Answer:

14 Gunakan kertas graf yang disediakan untuk menjawab soalan ini.

Use the graph paper provided to answer this question.

Sebuah institusi pengajian tinggi menawarkan kursus dalam bidang teknologi maklumat dan kejuruteraan. Bilangan pelajar dalam bidang teknologi maklumat ialah x dan dalam bidang kejuruteraan ialah y .

An institution of higher learning offers undergraduate course in information technologies and engineering. The number of information technologies student is x and engineering student is y .

Enrolmen bagi dua kursus itu adalah berdasarkan kekangan berikut:

The enrolment of these two courses are based on the following constraints:

I Jumlah bilangan pelajar bagi dua kursus itu adalah selebih-lebihnya 450.

The total number of students for these two courses is at most 450.

II Bilangan pelajar kejuruteraan sekurang-kurangnya 50 orang lebih daripada bilangan pelajar teknologi maklumat.

The number of engineering student exceeds the number of information technologies student by at least 50.

III Bilangan pelajar kejuruteraan tidak melebihi tiga kali bilangan pelajar teknologi maklumat.

The number of engineering student is not more than three times the number of information technologies student.

(a) Tulis tiga ketaksamaan, selain $x \geq 0$ dan $y \geq 0$, yang memenuhi semua kekangan yang diberi. [3 markah]

Write three inequalities, other than $x \geq 0$ and $y \geq 0$, which satisfy all the given constraints. [3 marks]

(b) Dengan menggunakan skala 2 cm kepada 50 orang pelajar pada kedua-dua paksi, bina dan lorek rantau R yang memenuhi semua kekangan di atas. [3 markah]

Using a scale of 2 cm to 50 students on both axes, construct and shade the region R that satisfies all the given constraints.

[3 marks]

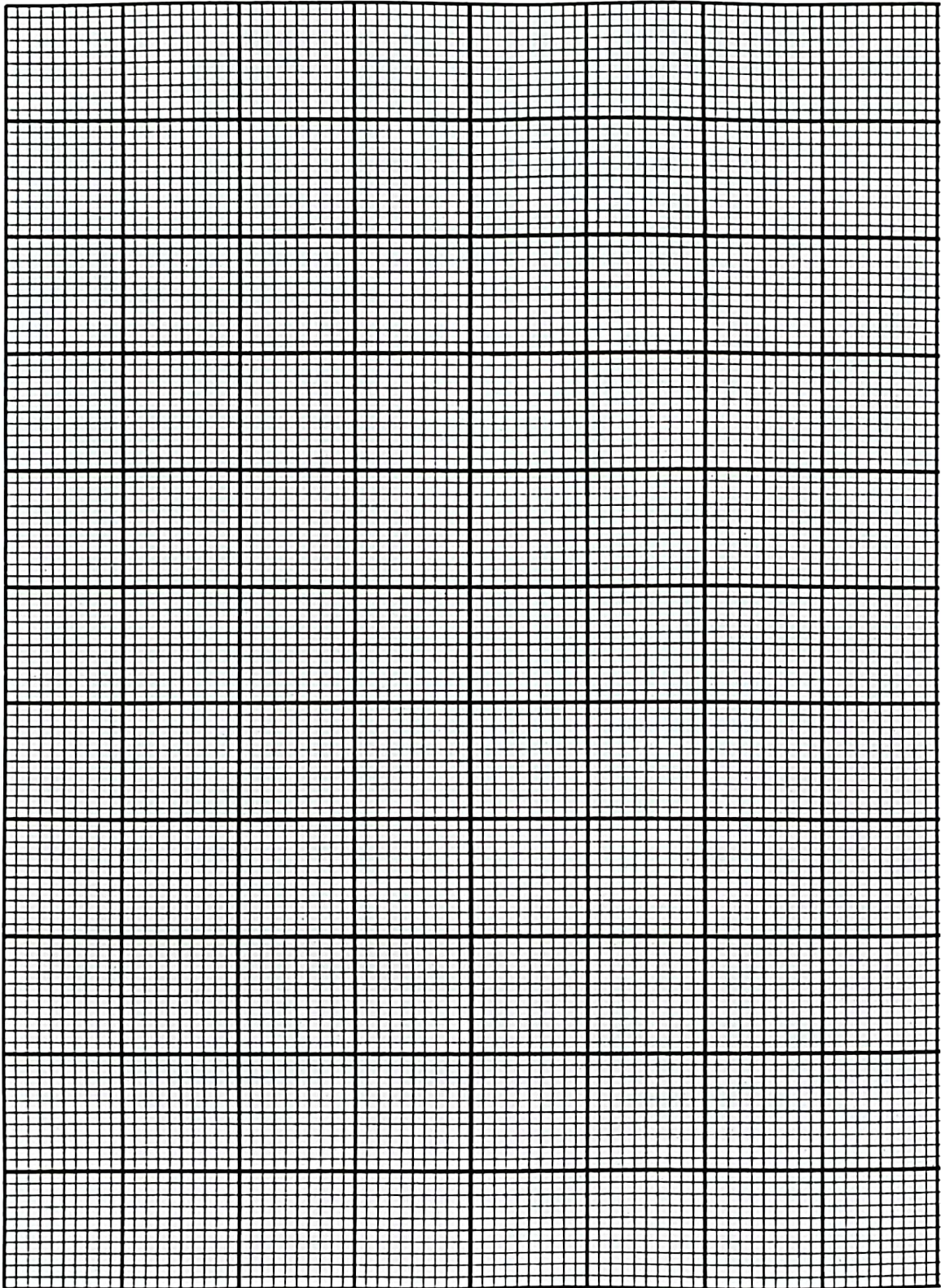
- (c) Dengan menggunakan graf anda di 14(b), cari
Use your graph in 14(b), find
- (i) julat bilangan pelajar dalam bidang teknologi maklumat.
the range of the number of information technologies student.
- (ii) yuran pengajian minimum yang diperoleh setiap tahun akademik, jika terdapat 125 orang pelajar teknologi maklumat, dengan setiap pelajar teknologi maklumat membayar RM 8,000 dan setiap pelajar kejuruteraan membayar RM 12,000 sebagai yuran tahunan.
the minimum total tuition fees collected per academic year if there are 125 information technologies student, with each information technologies student paying RM 8, 000 and each engineering student paying RM 12, 000 as annual tuition fees.

[4 markah]

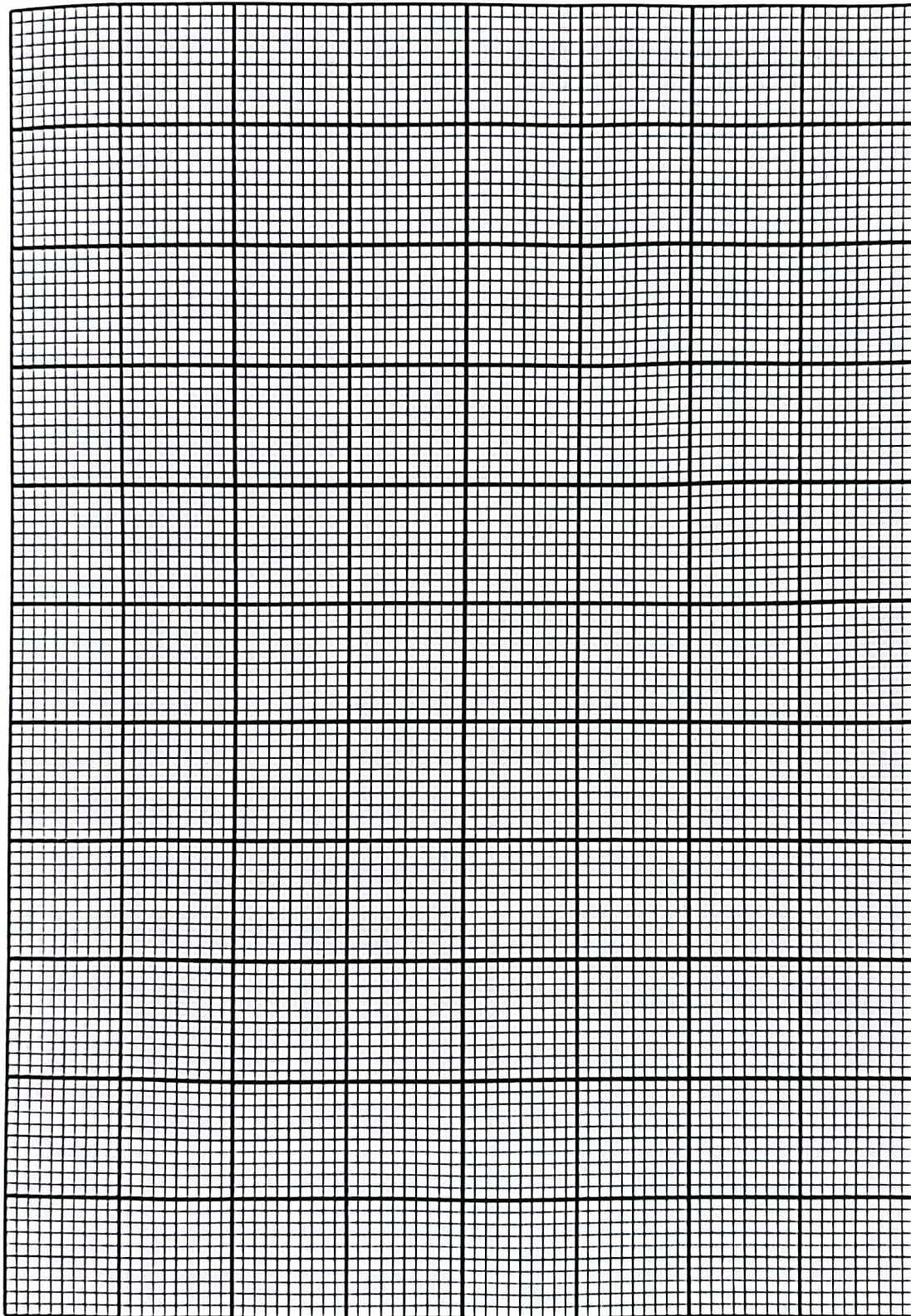
[4 marks]

Jawapan / Answer:

Kertas graf untuk soalan 14



Kertas graf tambahan



- 15 Penyelesaian secara lakaran graf **tidak** diterima.
Solution by graph sketching is not accepted.

Rajah 6 menunjukkan dua zarah, A dan B , bergerak di sepanjang suatu garis lurus masing-masing melalui dua titik tetap, K dan L .

Diagram 6 shows two particles, A and B , move along a straight line passing two fixed points, K and L respectively.



Rajah 6 / Diagram 6

Zarah A melalui titik tetap K dan zarah B melalui titik tetap L secara serentak. Jarak KL ialah 20 m. Halaju A , $v \text{ ms}^{-1}$, diberi oleh $v_A = 3t - 2t^2 + 2$ dengan t ialah masa, dalam saat, selepas meninggalkan K manakala zarah B bergerak dengan halaju seragam -2 ms^{-1} . Zarah A berhenti seketika di titik M .

[Anggap Gerakan ke kanan ialah positif]

Particle A passes the fixed point, K and particle B passes the fixed point, L simultaneously. The distance of KL is 20 m. The velocity of A , $v \text{ ms}^{-1}$, is given by $v_A = 3t - 2t^2 + 2$, where t is time, in seconds, after leaving K while B travels with a constant velocity of -2 ms^{-1} . Particle A stops instantaneously at the point M .

[Assume motion to the right is positive]

Cari

Find

- (a) cari halaju maksimum, dalam ms^{-1} , bagi zarah A , [3 markah]
 the maximum velocity, in ms^{-1} , of the particle A , [3 marks]
- (b) jarak, dalam m, M from K , [4 markah]
 the distance, in m, M from K , [4 marks]
- (c) jarak, dalam m, antara zarah A dan zarah B apabila A berada di titik M . [3 markah]
 the distance, in m, between A and B when A is at the point M . [3 marks]

SULIT

36

3472/2

Jawapan / Answer:

KERTAS PEPERIKSAAN TAMAT

3472/2 @ 2023 MPP3 (PPC)

SULIT